Universidad de Guantánamo

CENTRO DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN

Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación

Mención Didáctica de la Educación

Procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas

Autor: Lic. Oneisky Ramírez Turro

Guantánamo, 2021

Universidad de Guantánamo

CENTRO DE ESTUDIOS DE EDUCACIÓN

Tesis presentada en opción al título académico de Máster en Ciencias de la Educación

Mención Didáctica de la Educación

Procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas

Autor: Lic. Oneisky Ramírez Turro

Tutor: Dr. C. Eyler Guerra Pérez

Guantánamo, 2021

Agradecimientos

A la Revolución por darme la posibilidad de realizar estos estudios.

A todos los profesores de la maestría por brindarnos sus conocimientos y experiencias.

A la querida profesora Dr. C. Mirian Gainza Gainza, por su apoyo incondicional, dedicación y entrega como coordinadora de la maestría.

Al profesor Dr. C. Yasser Vargas Guerra, quien con su apoyo incondicional y conducción acertada, nos guio por el camino del éxito hacia el logro de nuestra meta.

A mi tutor el Dr. C. Eyler Guerra Pérez, por su contribución y asesoramiento para darle un mejor enfoque y organización a este trabajo.

Al Dr. C. Alcides Delfino Ferreira por la ayuda brindada.

A mi madre por su constante preocupación y empuje para llegar al final de la meta propuesta.

A mi tía Maryuris, su esposo Ernesto e hijas (Keren y Keyla) por su ayuda incondicional.

A mi esposa por hacerse cargo del hogar y darme apoyo espiritual.

A todos, mis más sinceros agradecimientos.

Dedicatoria

A Helen y Herson por ser mi mayor motivación en la vida para demostrarles que no existen barreras ante un propósito determinado.

A mi madre, la autora de mis días, por ser quien dedicó tanto esfuerzo en mi crecimiento profesional y por ser ejemplo de consagración.

A todos los que creyeron en mí.

Resumen

El trabajo aborda de forma general los aspectos más relevantes de una temática de actualidad. Está dirigido a desarrollar en los estudiantes la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), lo cual reviste singular importancia en la solución de dichos problemas en la Enseñanza Preuniversitaria.

Desde esa perspectiva, este estudio no solo presenta las regularidades históricas de la evolución del objeto de estudio y los referentes teóricos que lo sustentan, sino que identifica las insuficiencias en los momentos actuales, con lo que se justifica la necesidad de esta investigación.

Se realizó un estudio diagnóstico del campo de investigación en su etapa inicial, para caracterizar la situación que presenta el desarrollo de la habilidad en los estudiantes de décimo grado. Por ello, se corroboró la necesidad de elaborar un procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, como aporte para lograr el objetivo.

Mediante la aplicación de diferentes métodos y técnicas de investigación se logró constatar la factibilidad de la propuesta, la cual mostró niveles superiores en el desarrollo de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas y en los niveles de desempeño alcanzado por los estudiantes.

Abstract

The work broadly deals with the most relevant aspects of a current topic. It is aimed at developing in students the ability to model in the solution of mathematical problems that lead to algebraic equations (linear, quadratic, system of equations), which is of singular importance in the solution of such problems in Pre-university Education.

From this perspective, this study not only presents the historical regularities of the evolution of the object of study and the theoretical references that support it, but also identifies the insufficiencies at present, thus justifying the need for this research.

A diagnostic study of the research field was carried out in its initial stage, in order to characterize the situation presented by the development of the skill in tenth grade students. Therefore, the need to elaborate a didactic procedure to develop the modeling skill in the solution of mathematical problems that lead to algebraic equations was corroborated, as a contribution to achieve the objective.

Through the application of different research methods and techniques, it was possible to confirm the feasibility of the proposal, which showed higher levels in the development of the modeling skill in the solution of mathematical problems leading to algebraic equations and in the levels of performance achieved by the students.

Índice

Introducción

La Matemática es una de las ciencias más antiguas, cuyo desarrollo se ha estimulado por la actividad productiva de los hombres que, como ciencia particular, con su propio objeto de estudio, ha recibido la mayor influencia de las ciencias naturales para la formación de los nuevos conceptos y métodos matemáticos desde su surgimiento.

Dicha ciencia, es una de las asignaturas priorizadas dentro del plan de estudio por el importante papel que desempeña en el desarrollo de la ciencia y la técnica. En este sentido, el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, debe planificarse, organizarse, controlarse y evaluarse de manera tal que se logre que la nueva generación pueda resolver problemas matemáticos y extra matemáticos, que requieran la aplicación integrada y consciente de recursos cognitivos, algorítmicos, heurísticos y metacognitivos, así como la transferencia y aplicación del sistema de conocimientos, habilidades y hábitos a su actividad creadora.

Las transformaciones del Sistema Nacional de Educación que se desarrollan en el país, conllevan a un proceso de perfeccionar la práctica y profundizar en la teoría pedagógica. Esto presupone un proceso de sistematización en las escuelas y un cambio en los métodos, aprendizajes y estilos de trabajo.

Resolver problemas ocupa un lugar notable en la enseñanza de la Matemática, es una de las tareas docentes de mayor relevancia en lo que concierne tanto a la asimilación de conceptos matemáticos, como a la formación de hábitos, valores y habilidades en Ios estudiantes, considerados en los programas de esta asignatura. Además constituye el objetivo rector de la enseñanza de la Matemática, al cual deben estar encaminadas todas las unidades temáticas que se imparten en la escuela.

“La resolución de problemas es una habilidad práctica que se desarrolla como un deporte cualquiera y se aprende al igual que uno de estos, mediante imitaciones y la práctica. No existe una llave mágica que abra todas las puertas y resuelva todos los problemas. Si se desea aprender a nadar, hay que meterse en el agua, de modo homólogo para adquirir habilidades para la resolución de problemas matemáticos hay que resolver problemas”[1]

---

[1] : George Polya

Desde la época de Polya hasta la fecha son muchos los docentes e investigadores que se han dedicado a buscar respuestas a las dificultades de los estudiantes en la resolución de problemas matemáticos.

En Cuba, muchos se han dedicado al estudio de la resolución de problemas matemáticos, entre ellos, Rebollar(1993), Dávidson (1995), Labarrere (1995), Reguera (1995), Torres (1996), Campistrous (1999), Rizo(1999) y Delgado (1999) los cuales constituyen ejemplos de dedicación y maestría en cuanto a: el entrenamiento de estudiantes de alto rendimiento, lo relacionado con procedimientos para la resolución problemas, la resolución de problemas matemáticos abordándolos desde el punto de vista psicológico, los métodos problémicos en la enseñanza de la Matemática, la enseñanza de clases de problemas en la enseñanza de la Matemática y la resolución de problemas como una habilidad matemática. Esta última de gran valor para el estudio que se emprende en este trabajo.

Sin embargo, la práctica demuestra que estudiantes del nivel medio superior presentan insuficiencias en la resolución de problemas, en especial problemas matemáticos. En los últimos años se ha demostrado que junto al contenido de geometría las mayores dificultades en las pruebas de ingreso a la Educación Superior en la provincia Guantánamo, han girado alrededor de la solución de problemas. Estos elementos conceptuales se inician en Primaria, se sistematizan y amplían en Secundaria Básica y en Preuniversitario se profundizan y amplían, cuestión que motivó al autor de esta investigación a direccionar este proceso desde una posición diferente.

Con su experiencia durante diecisiete años de labor en el Preuniversitario “Félix Ruenes Aguirre”, el autor ha podido constatar mediante la observación a clases, en las reuniones metodológicas, intercambios de experiencia con otros profesionales que tienen la responsabilidad de enseñar y los resultados de las comprobaciones a todos los niveles, las limitaciones que tienen los estudiantes de décimo grado en el orden de la resolución de problemas, lo que se evidenció en el diagnóstico previo, así como en un estudio documental que le permitió detectar las siguientes insuficiencias:

_ Los docentes carecen de los instrumentales metodológicos para dar los impulsos necesarios a los estudiantes en la resolución de problemas.

_ Los estudiantes no logran comprender los problemas lo suficiente como para resolverlos.

_ Los estudiantes presentan dificultades para traducir el problema del lenguaje común al algebraico (modelación).

Esta situación problemática evidencia la existencia de una **contradicción** entre: el insuficiente nivel de preparación que poseen los estudiantes de preuniversitario para la resolución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas y la necesidad de contribuir a perfeccionar dicho proceso en correspondencia con las exigencias que plantea el modelo de preuniversitario en la escuela cubana actual.

A partir de los antecedentes expuestos y la información obtenida que revela la necesidad de la investigación, se enuncia el siguiente ***problema científico***: ¿Cómo contribuir al desarrollo de la habilidad modelar problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en los estudiantes de décimo grado?

Para el cual se propone como **objeto de investigación**: el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en el preuniversitario y en correspondencia se determinó como **campo de acción**: el tratamiento a la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en el décimo grado.

Para dar solución al problema planteado se formuló el siguiente **objetivo**: elaboración de un procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en los estudiantes de décimo grado.

En correspondencia con el problema declarado y para favorecer el cumplimiento del objetivo trazado se formularon las siguientes preguntas científicas:

1. ¿Cuáles son los antecedentes históricos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas en el preuniversitario?

2. ¿Qué fundamentos teóricos y metodológicos sustentan el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas en el preuniversitario?

3. ¿Cuál es el estado actual de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre"?

4. ¿Qué vías emplear para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre"?

5. ¿Qué nivel de factibilidad tendrá la propuesta, para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre"?

Para dar respuesta a estas preguntas, se proponen las siguientes tareas de investigación:

1. Sistematización de los antecedentes históricos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en el preuniversitario.

2. Fundamentación de los referentes teóricos - metodológicos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en el preuniversitario.

3. Diagnóstico del estado actual de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre".

4. Elaboración de un procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre".

5. Valoración de la factibilidad del procedimiento didáctico propuesto para desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario "Félix Ruenes Aguirre".

El desarrollo de esta investigación tiene como base metodológica general, el método dialéctico-materialista y sobre ella se utilizaron los siguientes métodos y técnicas de investigación:

Métodos del nivel teórico:

Histórico-lógico: para analizar la evolución histórica de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, desde el punto de vista de su desarrollo en el tiempo y la periodización de su evolución, así como determinación de las principales características en su desarrollo.

Análisis-síntesis: para en el transcurso de toda la investigación, analizar las ideas derivadas del estudio realizado y el análisis de los resultados de los instrumentos aplicados en el proceso investigativo.

Inducción-deducción: se utilizó para enfocar el sistema de indicadores con el objetivo de perfeccionar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas e inferir las características del objeto de investigación desde el diagnóstico.

Enfoque de sistema: se empleó para establecer las relaciones entre los componentes y determinar la estructura y dinámica del procedimiento didáctico con enfoque científico, desarrollador y significativo.

Modelación: facilitó la conformación del procedimiento didáctico sobre la modelación en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas.

Triangulación: para sistematizar e integrar la información obtenida mediante la constatación de los diferentes métodos aplicados y llegar a generalizaciones cualitativas.

Métodos del nivel empírico:

Observación: se utilizó para observar actividades del proceso de enseñanza-aprendizaje (clases) de Matemática, actividades metodológicas y reuniones metodológicas para describir el comportamiento de estudiantes y docentes en relación con la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas.

Encuesta: para constatar las dificultades que presentan los estudiantes acerca de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas y conocer los métodos empleados por los docentes en las clases que tratan este contenido.

Entrevista: a docentes de experiencia que imparten la asignatura de Matemática para conocer cómo se desarrolla la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas y las valoraciones sobre las experiencias obtenidas.

Análisis documental: para obtener información sobre la problemática precisada a través de los programas de la asignatura de Matemática, preparaciones de asignaturas, trabajo metodológico de la asignatura, artículos relacionados con el tema, materiales en soporte digital, tesis de Maestría y de Doctorado e informes de investigaciones.

Prueba pedagógica: para determinar el estado actual de la formación de la habilidad en estudio en aras del perfeccionamiento de la resolución de problemas y la valoración del nivel de factibilidad del procedimiento didáctico propuesto.

Métodos del nivel estadístico y/o matemático:

Análisis porcentual: se utilizó para procesar los datos obtenidos de los instrumentos aplicados en todo el proceso de investigación y en la constatación del nivel de factibilidad de la propuesta.

Para la investigación se tuvo en cuenta como población los 93 estudiantes de décimo grado y los cuatro docentes de Matemática, tomándose como muestra intencional 61 estudiantes, que son los dos grupos donde trabaja el autor de esta tesis y los cuatro docentes de Matemática.

Aporte práctico: el aporte fundamental se centra en un procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en los estudiantes de décimo grado.

Significación práctica: le brinda a los docentes una alternativa para dar tratamiento al desarrollo de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, sin introducir cambios en los planes de estudios, y ofrece a los estudiantes una herramienta para aprender a modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, proporcionándoles mejores resultados en la asignatura.

Novedad científica: está dada en la concreción de un procedimiento didáctico concebido, que favorece el tratamiento de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, constituyendo una vía para el perfeccionamiento del proceso de enseñanza-aprendizaje de esta asignatura.

La tesis está estructurada en introducción, dos capítulos, conclusiones, recomendaciones, bibliografía y anexos.

Capítulo I: Consideraciones teóricas, metodológicas y psicológicas acerca de la resolución de problemas.

En este capítulo se tratan los fundamentos teóricos, metodológicos y psicológicos de la resolución de problemas, tomando como referencia el criterio de varios autores que abordan el tema como son: W. Jungk, George Polya, Luis Campistrous, Alberto Labarrere, Sergio Ballester, entre otros; para lo cual, se ha conformado en cuatro epígrafes: Antecedentes históricos acerca del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en el preuniversitario; La resolución de problemas como objeto de enseñanza, dentro del cual se aborda, La habilidad resolver problemas; La modelación dentro de la resolución de problemas y, por último, Estado inicial de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos.

Epígrafe 1.1: Antecedentes históricos acerca de la enseñanza del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en el preuniversitario.

La escuela cubana constituye la institución que, de forma ineludible, tiene la tarea de preparar a niños y jóvenes para enfrentar la resolución de problemas como un objetivo instructivo y formativo, con el fin de alcanzar una formación integral para el desempeño en su vida laboral.

El reconocimiento, por investigadores de diferentes tendencias y en diferentes sistemas educativos, de que la escuela no logra de forma óptima satisfacer tales exigencias, ocupa hoy el centro de interés en la mayoría de los eventos en la discusión de la temática, lo que ha conducido al estudio y la búsqueda de alternativas para estructurar el proceso de enseñanza-aprendizaje de tal forma que resolver problemas sea objeto de enseñanza y objeto de aprendizaje.

Para el análisis de los antecedentes, el autor se basa en las vías didácticas propuestas por los autores mencionados anteriormente para la enseñanza de la resolución de problemas.

El proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en el preuniversitario, está concebido desde el perfeccionamiento del sistema educacional cubano iniciado en el año 1959 con el Triunfo de la Revolución, el que se caracterizó por las amplias transformaciones, que a su vez plantearon la necesidad de realizar profundos cambios en la educación y en las concepciones pedagógicas existentes, posibilitando el acceso masivo y gratuito a la enseñanza, materializado en la campaña de alfabetización, la universalización, la atención de adultos y el carácter obligatorio del nivel secundario.

Por lo planteado anteriormente fue preciso seleccionar los siguientes indicadores, con el propósito de evaluar las principales tendencias y precisar las regularidades de la historicidad del proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática en el preuniversitario.

- Las exigencias del programa de la Matemática.

- El tratamiento a la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática.

Estos indicadores fueron evaluados en tres períodos que responden a las transformaciones en los programas de la enseñanza preuniversitaria.

Primer período: 1959-1989 - 1era transformación de la enseñanza preuniversitaria.

Segundo período**:** 1990-1999 - 2da transformación de la enseñanza preuniversitaria.

Tercer período: 2000-actualidad - 3era transformación de la enseñanza preuniversitaria.

Primer período: 1959-1989

Con la victoria de la Revolución Cubana, se originaron cambios sociales que tuvieron incidencia en la educación. La enseñanza de la Matemática estaba totalmente al margen del proceso de desarrollo de esta asignatura y de la modificación de los planes de estudio, los programas no estaban renovados, pues durante un buen período se venían empleando y, en la mayoría de los casos, eran el reflejo de programas practicista que habían sido aceptado por otros países (como Estados Unidos), durante épocas anteriores.

Las primordiales insuficiencias que presentaban esos programas se puede resumir de la siguiente forma: en los programas estuvo presente el academicismo y el intelectualismo, el aprendizaje y desarrollo del conocimiento estaban desligado de las habilidades y capacidades de los estudiantes y radicaba en una mecanización de procedimientos algorítmicos (basados en aprender de memoria) con lo que nunca se llega a comprender, la enseñanza tenía un carácter radical, de manera que, a veces, un mismo tema se trataba en tres o cuatro cursos sucesivos sin que ninguno de ellos fueran más allá de la reproducción formal de procedimientos, no se presentaban conceptos esenciales de la Ciencia Matemática que son imprescindibles en la sociedad actual, debido a la rápida matematización.

En 1964, un colectivo de autores cubanos precisa un plan para el tratamiento a la resolución de problemas que contaban con los siguientes pasos:

1. Leer el problema cuidadosamente.
2. Fijarse en la pregunta.
3. Separar los datos.
4. Decidir qué operación hay que realizar.
5. Calcular, antes de efectuar la operación, el valor aproximado de la respuesta.
6. Realizar la operación. Comparar su resultado con el valor aproximado y hacer las rectificaciones necesarias.
7. Escribir la respuesta en lugar visible, sin olvidarse de consignar de qué especie es el número obtenido.

Como se puede analizar, para solucionar problemas no se tenía en cuenta si era un problema aritmético, geométrico o un problema que condujera a ecuaciones para la solución del mismo, por lo que su enseñanza, a opinión del autor no propiciaba la aplicación consciente de los conocimientos y no se utilizaban como objeto de enseñanza en sí mismo; además no en todas las unidades del programa era objetivo el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas, por ejemplo, en la unidad de ecuaciones lineales solamente se resolvían ejercicios para el desarrollo de habilidades en el procedimiento de solución de estas, o sea ejercicios formales.

En la década del 70, con la realización del 1er Congreso de la Educación en Cuba (1971), se hace el primer análisis del Sistema de la Educación y en 1972 se crea el primer Destacamento Pedagógico Manuel Ascunce Domenech y se comienza a elaborar el plan de perfeccionamiento del sistema educacional, aprobándose en 1975 en el 1er Congreso del Partido Comunista de Cuba los lineamientos de la educación cubana, donde la enseñanza de la Matemática se puso en práctica desde posiciones socialista.

En los programas de esta ciencia, se han realizado transformaciones graduales, que han revitalizado la Metodología como ciencia pedagógica. Desde el punto de vista Marxista, se aprovechan las posibilidades de la asignatura para el desarrollo de la personalidad, la concepción científica del mundo, así como se ha atendido al desarrollo de capacidades y habilidades en los estudiantes y se han elegido contenidos que avalan la adecuada preparación de los estudiantes y realzan el carácter instrumental de la ciencia Matemática.

Los nuevos programas han sido elaborados a partir de criterios metodológicos sólidamente fundamentados en la Pedagogía Socialista y en ellos los conceptos matemáticos se presentan con todo el rigor científico que permiten el desarrollo intelectual de los estudiantes. De esta forma se posibilita que una vez presentado un concepto, el trabajo posterior sirva de profundización, sin que sea necesario volver a repetir lo estudiado antes.

En 1979, la resolución de problemas, como exigencia de la enseñanza de la asignatura, en el orden metodológico trata de resolver un problema relacionándolo con otro ya resuelto. En tanto la enseñanza como tal trabaja de este modo al introducir los procedimientos para solucionar determinados ejercicios.

En 1987, se originan transformaciones en la Educación, se realizan modificaciones en el programa de la asignatura Matemática, pues se tiene en cuenta la idiosincrasia del pueblo cubano. Sin embargo, a finales de la década de los ochenta, la resolución de problemas se realizaba de manera tradicional, no se lograban formas de actuación generalizadas en los estudiantes, continuaba el docente desempeñando un papel protagónico, llegando incluso a orientar y resolver el problema para demostrar su dominio del tema, esta situación trajo como resultado el formalismo, la enseñanza memorística y no se potenciaba el pensamiento lógico.

Segundo período: 1990-1999

Con el derrumbe del Campo Socialista, Cuba emprende un período difícil, los problemas globales y la situación que enfrentaba el país, condujo a que la educación se viera en la imperiosa necesidad de comenzar en 1990 un perfeccionamiento continuo del Sistema Nacional de Educación y se hace un diagnóstico integral de la enseñanza, implementándose nuevos programas de estudio en el año 1991, en el caso de la asignatura de Matemática se le da un enfoque de una Matemática para la vida. Los docentes especialistas en la asignatura Matemática se preparaban en aquel entonces en las Cátedras, aún existía la tendencia a la reproducción.

En el curso 1997-1998 se introducen nuevos cambios en el preuniversitario, se incluyen los ejes transversales, en 1999 aparecen los objetivos formativos y los contenidos principales; aparejado a ellos se trabajó por áreas de conocimiento, con un Jefe de Departamento, facultado de la dirección y preparación metodológica de estos docentes que impartían dos o tres asignaturas, estos cambios se efectuaron en el curso 1999 - 2000, acarreando como consecuencia nuevas transformaciones en los programas de estudio.

En esta esfera, la asignatura Matemática estaba insertada en el área de las Ciencias Exactas a la par de las asignaturas Física e Informática. La asignatura Matemática continúa rectorando en el área en carácter de priorizada, a partir del Programa Director, a través del cual se determinaban modos cognitivos para la interdisciplinariedad en el área del conocimiento.

Tercer período: 2000- actualidad

En este período, en el programa de Matemática se producen transformaciones metodológicas dirigidas al tratamiento de los problemas para comenzar cada sistema de clases, teniendo como centro el procesamiento de la información de datos que reflejen aspectos en el orden científico-ambientalista, político-social y los logros de la Revolución e incorporando la habilidad de plantear y resolver problemas como elemento distintivo en la enseñanza de esta asignatura y los procedimientos heurísticos del trabajo en la asignatura. El Programa Director de la Matemática, como asignatura priorizada contempla el desarrollo de habilidades, en especial, la resolución y planteamiento de problemas. Este proceso responde a los programas de estudios de la enseñanza preuniversitaria, donde se exige el tratamiento del nuevo contenido a través del planteamiento de problemas.

Actualmente la resolución de problemas constituye uno de los campos más importantes de la investigación educativa.

En este periodo se encuentra enmarcado el III proceso de perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación, en el cual los cambios se mueven en dos direcciones fundamentales: la transformación de los métodos y estilos de trabajo en la institución, y la elaboración de nuevos planes y programas de estudio, libros de texto, orientaciones metodológicas y cuadernos de trabajo. Se trata de buscar el contenido esencial para que el estudiante tenga la posibilidad de acceder al conocimiento científico de forma exitosa.

Por otro lado, se plantea la necesidad de un vínculo mayor con la búsqueda de la información por parte de los estudiantes, para transformarlos de mero observador, en personas que busquen, gestionen, utilicen información para, sobre esa base, llegar a determinadas conclusiones, que tenga una buena formación ciudadana y que quiera a su Patria y a su Revolución.

Al analizar los diferentes períodos por los que ha transcurrido el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática en la educación preuniversitaria, se pueden determinar las siguientes regularidades:

✓ Se han perfeccionado los programas en correspondencia con los objetivos de la asignatura, así como las orientaciones metodológicas, lo que constituyen fortalezas para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y esencialmente en el trabajo con la resolución de problemas.

✓ Los métodos y procedimientos utilizados han favorecido poco el tratamiento a la resolución de problemas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la asignatura Matemática y su sistematización a través de los demás nodos cognitivos de la asignatura.

✓ La resolución de problemas que conducen a ecuaciones se ha mantenido como una exigencia en la enseñanza de esta asignatura, sin embargo, son múltiples las insuficiencias que en el orden de concepción de los procedimientos didácticos para resolver problemas se revelaron en los textos.

- ✓ Se trataba de resolver un problema que conduce a ecuaciones casi siempre, solo a partir de su relación con otro ya resuelto. Los estudiantes de forma mecánica siguen la asociación de ideas del docente y aceptaban el resultado obtenido como una regla, pero, cuando tenían que realizar diferentes ejercicios, o emplear reglas ya elaboradas pero no entrenadas, entonces aparecían las dificultades.

Epígrafe 1.2: La resolución de problemas como objeto de enseñanza.

La enseñanza de la Matemática posee una larga historia, desde tiempos remotos se le considera como una asignatura necesaria para la preparación de las nuevas generaciones, básicamente para contribuir al desarrollo del pensamiento. Por ello las disciplinas matemáticas formaron parte de las siete artes liberales en la época medieval y continúa en la escuela moderna, en la que entre los objetivos de la Matemática aparece en primer lugar el desarrollo del pensamiento lógico.

Los problemas en la clase de Matemática, tienen un papel especial, ya que se comprende la resolución de problemas como una de las actividades básicas del pensamiento. Este peso de la resolución de problemas en la enseñanza de la Matemática puede seguirse hasta los primeros documentos matemáticos que se conservan, ya que algunos autores consideran que los problemas contenidos en las tablillas mesopotámicas y los papiros egipcios son problemas escolares.

Esta conclusión la avalan a partir del análisis de algunos de esos problemas, en los que aparecen características que difícilmente aparecen en problemas reales, características que lamentablemente perduran aún en los manuales escolares.

El papel de la resolución de problemas se ha presentado muchas veces como aspecto cuantitativo, ya que los conocimientos obtenidos han sido muy útiles para la vida del hombre a lo largo de la historia; los egipcios, en el año 1650 a.n.e, escribieron un conocidísimo libro llamado el Papiro Rhind, el cual contiene 84 ejercicios y problemas matemáticos.

Por otro lado estaba el considerado como el padre del álgebra Diofanto de Alejandría, el cual hizo un acertijo sobre su edad que se denominó El Epitafio de Diofanto.

Otro antecedente importante en este trabajo de aislar estrategias, aparece recogido en el artículo de Larry Sowder denominado “La enseñanza y valoración de la solución de problemas matemáticos” que aparece en los resúmenes del Concilio Nacional de la Enseñanza de la Matemática (1989).

Actualmente los grandes pedagogos cubanos también han seguido argumentando sobre el concepto problema para desarrollar la resolución de problemas. En 1999 los criterios de Bernandino A., Almeida Corazo y José Borne Echeverría constatan que existen tres tendencias para el trabajo en la Matemática escolar. Campistrous y Celia Rizo en 1996 escribieron un libro (Aprender a resolver problemas aritméticos) donde se aborda en unos de sus epígrafes la importancia de la aplicación de algunas técnicas de resolución de problemas.

Según el Dr. C. Joaquín Palacio Peña en el 2003, el papel de la resolución de problemas tiene un gran significado porque se debe lograr que el estudiante tenga motivos o razones para que estudie.

En todo este período histórico las razones para considerar los problemas dentro de la enseñanza han sido muy semejantes:

✓ Desarrollar el pensamiento, en particular la capacidad de resolución de problemas.

✓ Justificar la importancia de la Matemática y del tema que se desarrolla mostrando su aplicación a diferentes situaciones de la vida o de la técnica.

✓ Motivar el estudio de un tema sobre la base de presentar problemas que sean capaces de atraer la atención de los estudiantes.

✓ Introducir nuevos contenidos, en particular aquellos que pueden ilustrarse con ciertos “problemas tipos”.

✓ Fijar algunos procedimientos matemáticos que han sido explicados en el aula.

El aprender a resolver problemas no ha figurado como una de esas razones durante un largo período de tiempo. Realmente hay que decir que la creencia predominante durante siglos fue el que se aprende a resolver problemas por imitación, es decir, viendo resolver problemas e imitando las actitudes y el proceder del que resuelve. No puede negarse que esta vía y también la de ensayo y error puede servir a algunas personas para aprender, pero la escuela no está hecha para que algunos aprendan, sino para que todos aprendan y, obviamente, con estos procedimientos no puede lograrse que todos aprendan.

A lo largo de la historia no ha habido preocupación no solo por enseñar a resolver problemas, sino ni siquiera por analizar los procedimientos de resolución. Esta regla general tiene muy pocas excepciones, las más ilustres de las cuales son referencia obligada de cualquier recuento de este tipo: Arquímedes, Pappus, Descartes.

La capacidad del hombre para la resolución de problemas, es un punto muy discutido en el mundo contemporáneo, pues se considera una actividad de gran de importancia en el aprendizaje, esto caracteriza una de las conductas más inteligentes en el hombre ya que la misma vida obliga a resolver problemas continuamente.

Desde siempre se ha reconocido la dificultad que presentan la mayoría de las personas ante la resolución de problemas matemáticos, de ahí la creencia de que la Matemática es una disciplina difícil y que sólo pocos logran tener éxito en ella. Este es un fenómeno universal, como puede encontrarse en abundantes literaturas. Sin embargo, la enseñanza de la resolución de problemas no había estado anteriormente como ahora, en el centro de la atención de investigadores y docentes.

El propio desarrollo de las Ciencias de la Educación, en particular de la Psicología de la Enseñanza, la presencia cada vez mayor de los recursos informáticos en toda la sociedad y el hecho de que la vida laboral de un profesional demandante de la Matemática se desarrolla en un ambiente científico y tecnológico cada vez más cambiante y competitivo, conducen a la conclusión de que la enseñanza de la resolución de problemas es una necesidad de primer orden.

La resolución de problemas es una actividad importante en nuestras vidas, un proceso que cualquiera de nosotros aborda desde diferentes niveles de sofisticación cada vez que realiza una tarea o toma una decisión. Es el método más susceptible de obtener un aprendizaje significativo y permanente y facilita la transferencia. El estudiante constantemente debe reutilizar sus conocimientos en situaciones y contextos variados, permitiéndole desarrollar una mayor confianza en sus capacidades y una mayor independencia en el plano del aprendizaje.

La importancia de la resolución de problemas está dada por las funciones que éstos desempeñan en la enseñanza de la Matemática y que se encuentran en estrecha relación con los campos de objetivos de la enseñanza de esta asignatura. Dentro de estas funciones están: la instructiva, educativa, desarrolladora y de control.

La función instructiva está dirigida a la formación en el estudiante del sistema de conocimientos, capacidades, habilidades y hábitos matemáticos que se corresponden con su etapa de desarrollo. A través de los problemas deben ser fijados conceptos, teoremas y procedimientos matemáticos.

La función desarrolladora está encaminada a fomentar el pensamiento de los estudiantes (en particular, a la formación en ellos del pensamiento científico y teórico) y a dotarlos de métodos efectivos de actividad intelectual. Esta función contribuye a la formación y desarrollo del pensamiento lógico de los estudiantes, además está presente en la mayor parte de los ejercicios, y es rectora, entre otros; de los problemas, es decir; de aquellos ejercicios en los que se debe modelar situaciones o aprovechar modelos conocidos por los estudiantes.

La función educativa está orientada a la formación de la concepción científica del mundo en los estudiantes. El hecho de ser los problemas reflejos de relaciones reales entre objetos, procesos y fenómenos, hace que se conviertan en una fuente importante de conocimientos científicos acerca de la realidad. A través de estos se asimilan nuevos conocimientos específicos de la ciencia, éticos, políticos, etc., se sitúa al estudiante en contacto con situaciones que reflejan múltiples relaciones cuantitativas de la realidad, a la vez que se forma el pensamiento dialéctico, como posibilidad de penetrar en la naturaleza contradictoria de esas relaciones, esclareciendo las condiciones de su origen y desarrollo. Esta función también está encaminada al desarrollo de los intereses cognoscitivos; de cualidades de la personalidad y a lograr que el estudiante conozca nuestras realidades y defectos, así como a desarrollar el patriotismo e internacionalismo.

La función de control se orienta a determinar el nivel de cumplimiento de las tres funciones anteriores o sea; la instrucción y educación de los estudiantes, su capacidad para el trabajo independiente, el grado de desarrollo de su pensamiento matemático; es decir, a comprobar en qué medida se cumplen los objetivos de la asignatura en el tratamiento de problemas.

La vía metodológica fundamental en la enseñanza de la Matemática es el trabajo con ejercicios; esto se confirma, en primer lugar cuando se analiza el uso efectivo de los ejercicios, lo que facilita el desarrollo de la capacidad de estudio independiente de los estudiantes. Los problemas cuya solución está dada mediante ecuaciones algebraicas, son ejercicios, según Werner Jungk, del tipo “Construidos con textos”.

El propio Newton en su manual de álgebra titulado Aritmética Universal escribía: “para resolver un problema referente a números o relaciones abstractas de cantidades, basta con traducir dicho problema, del inglés u otra lengua al idioma algebraico”. Además mostró con ejemplos cómo debía ejecutarse la traducción.

La ciencia matemática desde sus inicios se dedicó entre otras cosas a resolver problemas inmediatos que tenía el hombre. La gran aplicabilidad de esta la convirtió en base para la solución de problemas de otras ciencias, es decir, cuando se habla de la solución de un problema en cualquier campo siempre se tiende a pensar en el uso de métodos matemáticos y en realidad esto en gran medida es así, pues en los últimos tiempos ha aumentado la matematización de las ciencias, cada vez se presentan con más fuerzas los métodos matemáticos en las demás ciencias.

A principios del siglo pasado es que se encuentran las primeras recomendaciones a los estudiantes, los primeros intentos por “enseñar” a resolver problemas.

Estos primeros intentos consisten básicamente en una serie de recomendaciones formales que intentan fijar la atención del estudiante sobre: la pregunta, leer cuidadosamente, encontrar datos, meditar la respuesta. Este tipo de recomendaciones se hace tan fuerte que se convierten en un esquema formal exigido para resolver problemas y sin ninguna consecuencia sobre el pensamiento. Se trata del esquema: datos, planteo, cálculo, respuesta.

Un hito fundamental en la enseñanza de la resolución de problemas lo marca el año 1945 con la publicación de la obra How to solve it? de George Polya. Con la publicación de esta obra maduran las ideas de este autor, que había venido desarrollándolas durante un cuarto de siglo y en ella, por primera vez se ilustra un camino didáctico hacia la enseñanza de la resolución de problemas.

El camino propuesto por Polya redescubre y desarrolla la Heurística, que se puede hacer remontar hasta Pappus, y precisa una serie de estrategias que deben construir una herramienta fundamental en la enseñanza de la resolución de problemas. No obstante su relevancia y el vacío que viene a llenar este trabajo, sus ideas no comenzaron a tener una influencia generalizada hasta la década de los años 80 del siglo XX, una vez que se fijó la atención en la resolución de problemas como una actividad esencial en la enseñanza de la Matemática.

A partir de este momento algunas de las estrategias básicas propuestas por Polya adquirieron gran popularidad en la investigación Matemática Educativa y en algunos textos de Matemática Escolar, lo que creó la imagen de que jugaban un papel fundamental en la clase. A pesar de esto la situación real cambio muy poco y los resultados obtenidos en la investigación no fueron tan espectaculares como se esperaba. A través de la historia diferentes autores han analizado este complejo proceso mental y sobre su base han elaborado variados procedimientos o metodologías determinadas por momentos o etapas encaminadas a lograr la capacitación de los estudiantes para la solución independiente de problemas.

En la literatura psicopedagógica se reconocen tres momentos o fases en el desarrollo de cualquier actividad. Estas son: Orientación, Ejecución y Control. La resolución de problemas, considerada como una actividad, está sujeta a esos tres momentos. En este sentido, la literatura relativa a la enseñanza de la resolución de problemas, hace un despliegue de esos tres momentos de la actividad y veamos así como George Polya (1987) considera cuatro etapas:

- Comprender el problema.
- Concebir un plan.
- Ejecución de un plan.
- Visión retrospectiva.

Análogamente Werner Jungk (1985) considera:

- Orientación hacia el problema.

- Trabajo con el problema.
- Solución del problema.
- Consideraciones retrospectivas y perspectivas.

Alberto F. Labarrere (1996) supone una situación en la cual a un sujeto, un estudiante por ejemplo, se le ha planteado una tarea y dice: "Es posible imaginar que desde el momento en que se le plantea hasta que la ejecuta debe ocurrir lo siguiente":

1. Análisis del problema.
2. Determinación de la vía de solución.
3. Realización de la vía de solución.
4. Control del resultado.

Según Labarrere la solución del problema puede comprenderse como un proceso en el cual tiene lugar una serie de momentos que se pueden ver como funciones, como son:

- ❖ Función de análisis.
- ❖ Función ejecutiva.
- ❖ Función de control valorativo.

La función ejecutiva, es la que contiene la operación con los componentes del problema o con sus representaciones (modelos, gráficos, esquemas, etc.)

Esta operación con los componentes se materializa como modelación sucesiva del problema.

Cuando el estudio de la solución de problemas se realiza en el plano psicológico, esta función desempeña un papel relativamente secundario. En las investigaciones realizadas por Labarrere, se refiere a que los estudiantes inmediatamente después de recibir el problema, comienzan a incluir los datos en operaciones aisladas, sin una plena conciencia del porqué de las mismas. También ha demostrado como uno de sus resultados más interesantes de esta función en los estudiantes, lo que denomina como "Tendencia a la ejecución"; dicha tendencia aparece como inclinación exagerada en los estudiantes hacia la transformación práctica del problema, a realizar series ininterrumpidas de operaciones de diversa naturaleza y por pasar muy rápidamente, sin el análisis suficiente, a ofrecer una respuesta.

Sergio Ballester Pedroso (1992), considera los siguientes pasos:

1. Orientación hacia el problema (motivación, planteamiento y comprensión).

2. Trabajo en el problema (precisión, análisis y búsqueda de la vía de solución).

3. Solución del problema (plan de solución, presentación de solución).

4. Evaluación de la solución y la vía (comprobación, reflexión sobre la existencia de otra vía).

En las etapas planteadas por estos autores se pueden observar ciertas regularidades, ya que los mismos consideran lo siguiente: comprensión y análisis del problema, realización y resolución del planteo matemático y evaluación de los resultados.

Entonces, por qué no transforman radicalmente la situación en la escuela, y la popularidad no llega realmente al salón de las clases.

En primer lugar, A Schöenfeld[2] al referirse a las estrategias plantea que: “son claramente reconocibles por aquellas personas que se han apropiado de ellas y pueden percibir cómo las usan, estas estrategias no son fáciles de enseñar y requieren para ello una preparación especializada en el campo de la Matemática lo que hace que la mayor parte de los maestros no las reconozcan con facilidad y, lo que es más grave aún, no puedan enseñarlas a sus alumnos”.

Otro aspecto a considerar, según María Gonzáles Polo (2001), es que las estrategias, en principio, se ofrecen a los docentes como una forma de ayuda a sus estudiantes; es decir, no se elabora un procedimiento para que los estudiantes elaboren estrategias o se apropien de algunas, sino que se utilizan de manera externa, como algo que existe y el docente utiliza en apoyo a su trabajo.

[2] : Schöenfeld, Allan (1985), Mathematical Problem Solving. New York. Academic Press.

Pueden señalarse muchas razones, pero muy fundamental es que por su misma naturaleza las estrategias tienen un carácter heurístico, no algorítmico, no se trata de formar patrones de conducta para utilizar una u otra estrategia a partir de ciertas señales, sino de dotar a los estudiantes de “herramientas” que puedan utilizar cuando lo entiendan necesario, sobre todo cuando no existe un “camino natural” para resolver determinada situación. Sin embargo, en la escuela es más simple y existe una larga tradición en formar procedimientos algorítmicos, pero no resulta sencillo formar los recursos de pensamiento necesarios para utilizar la heurística como herramienta.

A pesar de las declaraciones y de los enfoques de la enseñanza basada en la resolución de problemas, algunos autores consideran que en el aula no se ha llegado a convertir la resolución de problemas en objeto de enseñanza, predominando las formas de trabajo con problemas donde los estudiantes crean sus propios significantes para la resolución de problemas, desarrollando creencias que limitan sus posibilidades y formando estrategias de trabajo que no son exitosas.

En la revisión de investigaciones realizadas al respecto, entre los que se encuentran investigadores extranjeros y cubanos, como: Larry Sowder (1984), Sherril (1993), Nesher y Tenbalen (1975), Kilpatrick, Webb, Campistrous y Celia (2002); presentan una lista de la variedad de caminos que los estudiantes, o eventualmente un simple estudiante, puede tomar. A continuación un resumen de estos:

Larry Sowder:

1. Encuentra los números y suma (o resta o multiplica o divide).
2. Adivina qué operación debe ser utilizada.
3. Mira los números y ellos te dicen que operación debes usar.
4. Trata con todas las operaciones y selecciona la respuesta más razonable.
5. Busca las palabras claves y ellas te dicen qué operación usar.
6. Decide si la operación debe ser grande o pequeña según los números dados.
7. Selecciona la operación cuyo significado es apropiado al texto.

Sowder considera que las primeras cuatro estrategias no son enseñadas en la escuela y que pudieran resultar simpáticas si no fuera por el hecho de que los estudiantes las utilizan frecuentemente y eso es lamentable. Incluso plantea que aunque de manera excepcional, hay estudiantes de éxito en Matemática que también las emplean. Las estrategias 5 y 6, según Sowder, envuelven por los menos un mínimo de sentido numérico, un mínimo de procesamiento semántico y una mínima comprensión del significado de las operaciones; además plantea que la estrategia de palabras claves lamentablemente es enseñada ocasionalmente por docentes bien intencionados que no tienen un sentido de sus límites. Pudo comprobar que los libros no siempre adoptan una posición clara en cuanto a darle sentido a las operaciones aritméticas de modo que tengan un significado claro para los estudiantes.

Sherril, Nesher y Tenbalen notaron un uso diseminado de la estrategia de “palabras claves” en una encuesta a estudiantes.

Kilpatrick y Webb, coinciden en que las estrategias más comúnmente utilizadas son: ensayo y error, dibujar un diagrama, usar ecuaciones, adivinar y probar, resaltar la información relevante, inferencia deductiva e inferencia inductiva.

Campistrous y Celia:

1. No se puede resolver un problema si no se ha visto antes otro parecido.

2. Siempre se busca la manera de dar un resultado.

3. Un problema siempre debe conducir a resolver operaciones.

4. Los problemas son siempre de lo último que se está dando.

Campistrous y Celia plantean que algunos estudiantes confiesan que no pueden explicar lo que hicieron, pues no saben lo que hicieron o que lo hicieron sin pensar y otros dicen que ellos siempre tratan de recordar lo que hizo el docente para tratar de hacerlo igual.

En su libro “Aprender a resolver problemas matemáticos”, relacionan las causas de este problema con la metodología de su tratamiento y plantean que por lo general, los procedimientos metodológicos que se dan están dirigidos a acciones que debe realizar el docente, es decir, en su metodología de enseñanza y no están dirigidos a la búsqueda de procedimientos de actuación para el estudiante, esto significa que:

1. la asimilación es indirecta, mediatizada o mezclada con la acción del docente, quien por lo general enseña cómo se encuentra la solución de un problema en específico.

2. no se logran formas de actuación generalizadas en el estudiante, las cuales son muy necesarias, pues representan un desarrollo en sí misma y son aplicables, en general, para la vida.

3. los problemas se utilizan en función de desarrollar habilidades de cálculo y no como objeto de enseñanza en sí mismo.

4. los parámetros de dificultad establecidos para los problemas son, por lo general, poco precisos por lo que la graduación no es buena y no siempre posibilita, por ejemplo, reconocer analogías y establecer relaciones entre problemas ya resueltos.

Resumiendo lo dicho anteriormente, se puede expresar que a pesar del desarrollo de las investigaciones sobre resolución de problemas, en la escuela sobreviven las formas tradicionales de trabajo y continúan generando graves dificultades en los estudiantes que cursan los cursos de matemática escolar.

En la resolución de problemas se pueden encontrar algunas tendencias, entre las que se encuentran: La enseñanza problémica y La enseñanza de la resolución de problemas (Didáctica y solución de problemas. Campistrous y Celia. Pág. 12), en esta investigación se enfatiza en:

- La enseñanza de la resolución de problemas, la cual es una de las formas que adopta el Problem Solving en los EEUU, y que se ha difundido mucho mediante los textos que enuncian y practican “estrategias” para resolver problemas y después plantean problemas para aplicarlas. Sobre esta forma se han elaborado textos sobre “estrategias” con este enfoque, que a veces resulta bien alejado del espíritu de lo que Polya preconizaba, aunque supuestamente se basan en él.

Este enfoque es el que se asume, además de los trabajos pioneros de Polya, en los trabajos de Schöenfeld. En el caso de Schöenfeld, su aporte más significativo está en reconocer las ideas de Polya, las desarrolla y considera cinco dimensiones que intervienen directa, dinámica e inter-relacionadamente en el proceso de resolver problemas:

• Dimensión cognitiva: La base de conocimientos. Representa un inventario de lo que un individuo sabe y de las formas que adquiere ese conocimiento. Aquí incluye, entro otras cosas, los conocimientos informales e intuitivos de la disciplina en cuestión, hechos y definiciones, los procedimientos rutinarios, y otros recursos útiles para la solución.

• Heurísticas: En esta dimensión se ubican las estrategias generales que pueden ser útiles en la resolución de un problema, como por ejemplo, las aisladas por Polya.

• Dimensión metacognitiva: Monitoreo y control (auto-regulación) del proceso utilizado al resolver un problema.

• Dimensión afectiva: Sistema de creencias en la que se ubica la concepción que tenga el individuo acerca de las matemáticas.

• Practica matemática.

Los conocimientos que el estudiante tenga en el ambiente matemático donde se ha planteado el problema (resultados, definiciones, procedimientos algorítmicos, procedimientos rutinarios, fórmulas, reglas, etc.) tienen una incidencia directa en la factibilidad de acceder a una solución del problema.

Por otra parte, con respecto a las estrategias en la resolución de problemas (heurísticas) que el estudiante tenga incorporadas naturalmente, tales como: analogía, elementos auxiliares, descomponer y recombinar, inducción, particularización, generalización, variación, trabajando hacia atrás, etc.; diversas investigaciones han demostrado que también juegan un rol fundamental a la hora de intentar resolver un problema.

La auto-regulación en el trabajo (monitoreo y control), es decir la capacidad para decidir qué, cuándo y cómo usar una determinada estrategia o resultado matemático; cuándo abandonar (al menos temporalmente) un camino de solución, son capacidades metacognitivas que influyen fuertemente en la resolución de problemas.

Con respecto al dominio afectivo, las creencias que el estudiante tenga acerca de la naturaleza de la matemática, por ejemplo: los problemas matemáticos tienen solamente una solución correcta, hay solamente una manera correcta de resolver un problema, si uno entiende el contexto matemático todo problema puede ser resuelto en diez minutos o menos, etc., enmarcarán el quehacer durante el proceso de resolver un problema. Por su parte, el grado en que el estudiante disfruta el proceso de resolución de problemas y su capacidad para superar la frustración del fracaso en obtener la solución de algunos problemas, son aspectos afectivos que inciden en la actitud del que resuelve.

Finalmente, la práctica matemática a que ha sido expuesto un estudiante en la escuela, es un factor que afectará su capacidad para resolver problemas. Diversos estudios y experiencias muestran que cuando el docente diseña ambientes donde se privilegia la interacción de los estudiantes y se promueve el pensamiento matemático, el estudiante adquiere una visión favorable de la actividad de resolver problemas.

Para continuar, el autor se detiene a analizar a qué se está refiriendo cuando habla de problema y el sentido de este término en el trabajo en la escuela. Plantear, que el pensamiento es una de las manifestaciones más complejas e importantes en la vida y en el devenir de la sociedad. Su significación es tal, que sin considerarlo, sin hacer alusión a él, sería inconcebible representarse el progreso que la humanidad ha alcanzado en los más disímiles sectores de la vida.

En Cuba, la preocupación por el desarrollo de los estudiantes desde los primeros grados tiene dimensiones y raíces históricas que hoy se hacen más fuertes. De aquí que enseñar a pensar sea una de las principales directrices de la escuela cubana actual.

El deseo de mejorar el aprendizaje de la Matemática y de las ciencias en general ha hecho que surgieran, como alternativas a la enseñanza tradicional, diversos modelos didácticos de enseñanza, entre ellos se puede citar a la Enseñanza de la Matemática por problemas.

Para explicar la característica general de este enfoque conviene retomar algunas de las definiciones que ofrecen algunos autores de lo que entienden por problema, Deysi Fraga lo asume como:

“Cualquier situación, que produce por un lado un cierto grado de incertidumbre y, por otro lado, una conducta tendente a la búsqueda de su solución”.

Baldor Aurelio plantea que:

“Un problema es una cuestión práctica en la que hay que determinar ciertas cantidades desconocidas llamadas incógnitas, conociendo sus relaciones con cantidades conocidas, llamadas datos”.

Werner Jungk (1985):

“Los problemas son aquellos ejercicios en los cuales se describen situaciones tomadas de la vida y en los que se presentan relaciones entre conjuntos y representantes de magnitudes”.

Luis Campistrours Pérez (1996) asume como problema:

“Toda situación en la que hay un planteamiento inicial y una exigencia que obliga a transformarlo”.

Alberto Labarrere Sarduy (1996) plantea que:

“Es una determinada situación en la que existen nexos, relaciones, cualidades de y entre los objetos que no son accesibles directa o inmediatamente a la persona”.

Estos autores coinciden en que en todo problema existe la necesidad de transformarlo con el objetivo de encontrar una vía de solución.

Por su factibilidad en el proceso, en el desarrollo de este trabajo se asume la definición dada por Labarrere, donde se señala de forma explícita la presencia de objetos, relaciones y propiedades de ellos y entre ellos; incluso admite la existencia de relaciones que no son accesibles a la persona de forma inmediata, interpretando que el asume a su vez la necesidad de transformaciones con fines hacia la solución.

Epígrafe 1.2.1: La habilidad resolver problemas.

La asimilación de cualquier contenido exige de los estudiantes la ejecución de un determinado sistema de acciones y operaciones, por lo cual la tarea principal de cada docente es la de estructurar y organizar correctamente el aprendizaje. Lo anterior significa que las habilidades se forman y desarrollan en los estudiantes a medida que vayan realizando las acciones y operaciones controladas por el docente.

El estudio de las habilidades ha sido abordado por diversos autores. Es conveniente retomar algunas concepciones actuales que permitan establecer los nexos entre la Didáctica y el desarrollo de habilidades, en lo referido a un contenido determinado.

La relación conocimiento – habilidad en el aprendizaje radica en que la asimilación del conocimiento solo es posible al efectuar acciones, mientras que la asimilación de una acción como habilidad solo es posible con la realización de una acción con diferentes conocimientos. Así "… la habilidad se erige sobre la base de un conocimiento, pero no se identifica con este". (Brito, 1991, p. 3)

Diversos autores han dado sus definiciones sobre habilidad, A. V. Petrovsky la define como "el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para una regulación racional de la actividad con la ayuda de los conocimientos y hábitos que la persona posee" (Petrovsky, 1984, p. 59). Por su parte N. F. Talízina plantea: "no se puede separar el saber, del saber hacer, porque saber siempre es saber hacer algo, no puede haber un conocimiento sin una habilidad, sin un saber hacer" (Talízina, 1985, p.48).

También H. Fuentes, la conceptualiza desde una consideración didáctica de la siguiente forma: "la habilidad es el modo de interacción del sujeto con los objetos, o sujetos en la actividad y la comunicación, es el contenido de las acciones que el sujeto realiza, integrada por un conjunto de operaciones, que tienen un objetivo y se asimilan en el propio proceso" (H. Fuentes, 1989, p. 8).

Estos conceptos coinciden en que el sujeto se apropia de las habilidades como resultado del aprendizaje, sin embargo es necesario señalar que si este proceso de enseñanza no es adecuadamente organizado, de manera correcta y sistemática, la formación y desarrollo de las habilidades sería poco eficiente.

Partiendo de la naturaleza de lo que constituye el objeto de estudio de esta investigación, el autor asume la definición de habilidad dada por, A.V. Petrovsky donde se expresa que es "el dominio de un complejo sistema de acciones psíquicas y prácticas necesarias para una regulación racional de la actividad con la ayuda de los conocimientos y hábitos que la persona posee" (Petrovsky, 1984, p. 59).

En esta definición, se aprecia que las habilidades no solo están dirigidas al dominio por parte de los estudiantes de acciones ya elaboradas, sino que además se exige que estos tengan también la necesidad de buscar este sistema de acciones, de describir un modelo, antes y durante la búsqueda de vías de solución a problemas en diferentes contextos, a través de los conocimientos y hábitos que la persona posee, donde como es natural el estudiante debe tener “ideas” de las acciones que debe realizar al resolver determinado ejercicio de forma consciente.

Un aspecto metodológico de gran significación para el desarrollo de habilidades en el proceso de enseñanza-aprendizaje lo constituyen las etapas de formación de las acciones mentales planteadas por P. Ya. Galperin en su teoría de igual nombre.

En esta teoría se expresa cómo formar en los estudiantes los métodos lógicos del pensamiento, para así lograr un ciudadano creador e independiente, según lo demanda la sociedad. En ella es considerado el estudio como un sistema de determinados tipos de actividad, cuya ejecución permite al estudiante adquirir nuevos conocimientos y habilidades, en el cual el eslabón central de la actividad es la acción como unidad de la actividad de estudio.

P. Ya. Galperin y N. F. Talízina consideran que el aprendizaje tiene que partir de modelos complejos en forma de imágenes generalizadas que son asimiladas por los estudiantes, en un proceso eficiente y atractivo. Los modelos de enseñanza basados en estos criterios son ejemplos de proceso docente-educativo básicamente deductivo.

Esta teoría se basa en la concepción dialéctico-materialista del desarrollo de la personalidad. Las acciones mentales se desarrollan en la actividad de los estudiantes en un proceso de formación por etapas que tiene la siguiente estructura:

Subproceso A. Fase de orientación.

1ra Etapa: Aseguramiento de las condiciones previas.

2da Etapa: Logro de una base de orientación completa.

Subproceso B. Fase de la formación de la acción y el control.

1ra Etapa: La acción en forma material o materializada.

2da Etapa: La acción en forma de lenguaje externo.

3ra Etapa: La acción en forma de lenguaje externo para sí.

4ta Etapa: La acción en forma de lenguaje interno.

Subproceso C. Fase de aplicación.

Talízina (1984) plantea como componente de la habilidad a la imagen generalizada de ésta o base orientadora de la acción (BOA), la cual constituye el indicador que le permite al estudiante regular o dirigir su actividad; lo que él conoce de la acción en sí y de las condiciones en las cuales debe realizarse ésta.

La base orientadora de la acción (BOA) es un eslabón de gran importancia en la formación de acciones mentales y en el proceso de enseñanza de procedimientos.

Epígrafe 1.3: La modelación dentro de la resolución de problemas.

La modelación matemática de problemas, crea en los estudiantes una capacidad y habilidad necesaria para la solución de posibles problemas prácticos.

Un modelo constituye una representación o abstracción de la realidad. Entre los diferentes tipos de modelos se pueden mencionar los analógicos, físicos, gráficos, esquemáticos y matemáticos.

La modelación matemática es un intento de describir alguna parte del mundo real en términos matemáticos. Modelos matemáticos han sido construidos en todas las ciencias tanto físicas, como biológicas y sociales. Los elementos que lo componen son tomados del cálculo, el álgebra, la geometría y otros campos afines.

Es natural que los modelos matemáticos sean modelos de analogía incompleta, es decir, que reflejan solamente algunas propiedades del objeto modelado. A la vez, los modelos matemáticos se caracterizan por una suficiente generalidad, describiendo una clase completa de objetos o fenómenos. En un modelo matemático se establece un conjunto de relaciones definidas en un conjunto de variables que reflejan la esencia de los fenómenos en el objeto de estudio.

Dado un problema del mundo real, la primera tarea es formular un modelo matemático. Para ello se identifican y nombran las variables y se establecen hipótesis que simplifiquen el fenómeno lo suficiente para que pueda tratarse matemáticamente. En lo anterior se ponen a prueba las habilidades matemáticas para obtener las relaciones entre las variables.

Un modelo matemático nunca es una representación completamente exacta; es una idealización. En un buen modelo la realidad se simplifica lo suficiente para permitir cálculos matemáticos, pero incluso así es bastante exacto para permitir conclusiones valiosas.

El poder modelar un problema, entre otras cuestiones, se puede ver como: reproducir las relaciones fundamentales que se establecen en el enunciado de un problema, despejadas de elementos innecesarios o términos no matemáticos que hacen difícil la comprensión. Esta es una habilidad muy importante en la resolución de problemas.

Es importante señalar que los modelos constituyen el eslabón internamente imprescindible en el proceso de asimilación de los conocimientos teóricos y de los procedimientos generalizados de acción. Además, no toda representación puede ser llamada modelo, sino sólo lo que fija, justamente, la relación universal de cierto objeto integral y garantiza su análisis ulterior.

Por cuanto en el modelo se representa cierta relación universal, hallada y diferenciada en el proceso de transformación de los datos de la tarea, el contenido de este modelo fija las características internas del objeto, no observables de manera directa, el modelo, como producto del análisis mental, puede ser luego un medio especial de la actividad mental del hombre.

Otra acción consiste en la transformación del modelo con el fin de estudiar la propiedad de la relación universal del objeto que ha sido diferenciada. Esta relación en los datos reales de la tarea, parece estar oculta por muchos rasgos particulares, lo que, en conjunto, dificulta su examen especial. En el modelo, en cambio, esta relación se hace visible y se puede decir que aparece en forma pura. Por eso, transformando y reconstruyendo dicho modelo, los estudiantes tienen la posibilidad de estudiar las propiedades de la relación universal como tal, sin el oscurecimiento que producen las circunstancias accesorias. El trabajo con modelos, aparece como el proceso por el cual se estudian las propiedades de la abstracción sustancial de la relación universal.

Resulta interesante y aceptable la definición dada por Pérez, G. al plantear: “… el modelo es una reproducción simplificada de la realidad, que cumple una función heurística, ya que permite descubrir y estudiar nuevas relaciones y cualidades del objeto de estudio.” (Gastán, 1996, p. 80).

En la ciencia, la modelación es un tipo peculiar de idealización simbólico – semiótica. En la actualidad este término es empleado amplia y frecuentemente con diferentes significados. S.L. Rubinstein escribe acerca de las representaciones “… la representación no sólo puede ser una imagen generalizada de una sola cosa o persona, sino la de toda clase o categoría de objetos análogos…” (Rubinstein, 1966, p. 321). En este planteamiento se deduce que el autor se refiere a lo que actualmente denominamos como modelación.

Por otra parte V. Shtoff plantea que: como modelo se comprende un sistema representado mentalmente o realizado materialmente, el cual reflejando o reproduciendo el objeto de investigación es capaz de sustituirlo, de manera que su estudio nos dé una nueva información sobre este objeto (Shtoff, 1966, p. 19). V. Shtoff diferencia tipos materiales y mentales de modelos. Los primeros permiten una transformación objetal, los segundos, naturalmente, sólo una transformación mental.

En esta investigación, de los diferentes tipos de modelos mentales a los cuales hace alusión V. Shtoff, interesan los llamados modelos semióticos (fórmula de la ecuación algebraica, etc.).

Los modelos y las representaciones a ellos vinculadas constituyen productos de una compleja actividad cognoscitiva, la que incluye, ante todo, la elaboración mental del material sensorial inicial. Los modelos son los productores y el medio de realización de estas actividades.

Al reconocer la modelación como una acción mental se está reconociendo también que para formar las habilidades correspondientes pueden ser aplicadas todas aquellas teorías reconocidas como válidas para las acciones mentales, por ejemplo, la teoría de Galperin.

La modelación es una forma de sintetizar ciertos problemas, por ejemplo, una “ecuación algebraica” representa una síntesis del problema asociado a ella, pero, cuál es el mecanismo general que caracteriza la solución de este problema como proceso de pensamiento, la respuesta la da Rubinstein cuando planteó que dicho mecanismo es el análisis a través de la síntesis, “esto es un mecanismo por el cual distintos componentes del problema se colocan sucesivamente en diversos sistemas de relaciones, posibilitando así al que resuelve el problema descubrir en éste aspectos no vistos con anterioridad” (Rubinstein, 1966, p. 126).

Rubinstein reconoce que todo enunciado de un problema constituye no solo un hecho de lenguaje, sino también un hecho mental, lo cual justifica la posición de reconocer la modelación como una acción mental.

La manera de hacer una modelación es muy personal, ya que depende de la forma propia de interpretar el problema, sin embargo, hay algunas ideas generales, que deben ser enseñadas a los estudiantes, y que de ejercitarse adecuadamente pasarán a ser parte de los recursos técnicos a utilizar en la solución de problemas.

Davidov considera la modelación como una de las acciones docentes dirigidas a la solución de la tarea docente y por tanto como habilidad es necesario su análisis operacional (Davidov V, 1988).

Varios investigadores cubanos han trabajado en la operacionalización de la habilidad modelar, analizándola desde distintos ángulos en el proceso de enseñanza–aprendizaje. Entre estos trabajos tenemos los de Sergio León Lorenzo, quien ha abordado la formación de acciones de modelación y operacionaliza la misma de la siguiente forma (León, 1981):

- Operación de sustitución: se plantea de forma consciente la sustitución de objetos y cualidades por distintos tipos de sustitutos.

- Adecuada correspondencia que tiene que establecerse entre el sustituto y el objeto o cualidad sustituida, de forma tal que el conjunto de sustitutos guarden entre sí la misma relación que en la realidad guardan los objetos sustituidos.

- Utilización del modelo para la solución de una tarea planteada.

Por otra parte, Aleida Márquez plantea en la estructura de la habilidad de modelación el siguiente sistema de acciones (Márquez A, 1993):

- Observar.
- Analizar.
- Seleccionar los elementos, relaciones y funciones esenciales según el objetivo.
- Representar en forma simplificada (mental, gráfica, simbólica) sus componentes, relaciones y/o funciones seleccionadas.

Luis Campistrous y Celia Rizo operacionalizaron la habilidad modelar dentro de un procedimiento generalizado para la solución de problemas, estas acciones son las siguientes (Campistrous, 1996):

- Analizo que tipo de modelo utilizar.
- Decido por donde voy a comenzar a representar la información.
- Hago el esquema.
- Controlo si corresponde con la situación.
- Lo analizo para ver si me ayuda a comprender mejor el problema o a encontrar la vía de solución.

También son conocidos los trabajos de Luis Roberto Jardinot acerca de la modelación y creatividad en la enseñanza de las ciencias. Este plantea en su modelo pedagógico las siguientes acciones de la habilidad modelar:

- Precisión del objeto a modelar.
- Determinación de sus rasgos esenciales.
- Construcción de diferentes variantes de modelos.
- Estudio de los modelos creados.
- Utilización del modelo.

Estas operacionalizaciones representan un instrumento valioso en las manos de los docentes para el desarrollo de la habilidad modelar en sus estudiantes. En la actualidad se exige en la escuela que al contenido matemático se llegue a través del planteamiento y solución de problemas prácticos, es decir, tiene que desarrollar la habilidad de modelar.

Por otra parte, la habilidad modelar se hace necesaria en la resolución de problemas ya que esta facilita la codificación y asimilación de una determinada información, así como representar objetiva y materialmente modelos mentales. Además permite repetir mediante un mensaje simbólico aquello que ya ha sido suficientemente expresado mediante el texto, una abstracción de lo esencial, una concentración de información sin variar su esencia, una actitud de normatividad para facilitar la percepción del lenguaje común; pese un enorme poder didáctico por su capacidad de “hacer visibles” cosas que por su naturaleza no lo son y, por consiguiente, hacerlas comprensibles.

Epígrafe 1.4: Estado actual de la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario “Félix Ruenes Aguirre”.

Con el propósito de diagnosticar la situación actual del campo de estudio y precisar las causas que originan el problema de investigación y sus manifestaciones, fueron seleccionados y aplicados instrumentos de investigación que permitieron obtener la información en relación con los docentes y estudiantes.

Para el desarrollo exitoso de la investigación se tomó como población a los 93 estudiantes de décimo grado y los cuatro docentes de Matemática.

La muestra estuvo representada por 61 estudiantes, lo que representa el 65,59%, y los cuatro docentes de Matemática.

La presente muestra ha sido seleccionada teniendo en cuenta que en ella estén representados los docentes que inciden directamente en la dirección del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

El proceso de diagnóstico se ejecutó atendiendo a los siguientes indicadores:

1. Preparación didáctica de los docentes para enseñar a realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

2. Métodos y procedimientos utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática para la modelación en la resolución de problemas algebraicos.

3. Nivel de aprendizaje de los estudiantes en cuanto a la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas en la resolución de problemas.

A través de la observación a seis clases (anexo 6) se constató que los problemas no están contextualizados a partir de los intereses y necesidades de los estudiantes, la motivación y disposición hacia el aprendizaje no se realiza de modo que el contenido adquiera significado y sentido personal para el estudiante, solo en dos de ellas se realizó correctamente, que representa un 33,33%, no son utilizados en el proceso de enseñanza-aprendizaje procedimientos dirigidos a enseñar a modelar en la resolución de problemas, la orientación hacia los objetivos mediante acciones reflexivas y valorativas de los estudiantes teniendo en cuenta para qué, qué, cómo y en qué condiciones van a aprender, solo se observó en una de ellas, que representa un 16,66%, los estudiantes no muestran dominio en el procedimiento para la resolución de problemas algebraicos, no saben fundamentar lo que hacen por no tener dominio de la base conceptual en el algoritmo, y por tanto, no lo aplican de forma consciente, los estudiantes presentan dificultades para traducir el problema del lenguaje común al algebraico (modelación).

En el tratamiento metodológico que se realiza es insuficiente el establecimiento de los nexos entre lo conocido y lo nuevo por conocer, así como el tratamiento a los métodos y procedimientos utilizados para la modelación en la resolución de problemas algebraicos; la sistematización del sistema de acciones para la implementación de estos contenidos solamente es realizada correctamente por un docente, lo que representa un 25%.

Es aún insuficiente la orientación que les brindan los docentes a los estudiantes en el proceso de resolución de problemas algebraicos, fundamentalmente para traducir el problema del lenguaje común al algebraico (modelación). Al abordar los contenidos previos no se garantiza que realicen las operaciones indicadas en la resolución de las ecuaciones que se obtienen, por lo que el estudiante no es capaz de describir oralmente el procedimiento utilizado. No se reflexiona con el estudiante las diferentes vías para resolver y/o modelar un mismo problema, incurriendo en esquematismo y falta de reflexión profunda.

La encuesta aplicada a los docentes (anexo 3), reafirmó que estos no demuestran un conocimiento profundo sobre las vías y métodos a utilizar para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones y además de que no se proponen al estudiante diferentes vías a utilizar que promuevan la búsqueda reflexiva, valorativa e independiente del conocimiento.

En el diagnóstico aplicado a los estudiantes (anexo 1) se tuvo en cuenta las acciones que deben realizar estos para la modelación de un problema algebraico, el cual arrojó que los estudiantes son capaces de reconocer las cantidades que se conocen (57) y las que no se conocen (54) en el problema planteado, pero se comprobó que poseen poco dominio de los contenidos vencidos en grados anteriores para establecer las relaciones existentes entre estas cantidades (47), además se constató que la mayoría de ellos (49) no planteo las ecuaciones que satisfacen las condiciones del problema, evidenciando las dificultades que presentan en la habilidad modelar problemas algebraicos.

De los cuatro docentes entrevistados (Anexo 4), solo uno reconoció que las insuficiencias de sus estudiantes pudieran estar dada por la no utilización de procedimientos para modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

Sobresaliente resultó constatar que los docentes entrevistados reconocen que en sus estudiantes no está presente el pensamiento reflexivo y el análisis que debe preceder a la ejecución de la solución de problemas, siendo llamativo el hecho de que no pudieron exponer cuáles son las mayores dificultades que presentan los estudiantes al modelar en la resolución de problemas. También declararon que no tienen una idea clara del nivel de desarrollo que poseen sus estudiantes en la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas, y menos aún pudieron reconocer si sus estudiantes disponían o no de alguna estrategia individual de aprendizaje en estos casos.

En el cuestionario aplicado a los estudiantes para evaluar el estado metacognitivo (Anexo 7) se comprobó que el 81,97% no puede describir los pasos que sigue para modelar un problema que conduce a una ecuación algebraica, de los que lo logran el 81,81% no reconoce que paso le resulta más fácil o más difícil; el 93,44% declaró no recordar que alguien le haya mostrado los pasos a realizar para modelar un problema algebraico, el 97,72% al realizar este tipo de tarea en otra ocasión ejecuta los mismos pasos y el 95,08% reconoce que al realizar una tarea de cualquier tipo, pocas veces se detiene a pensar acerca de cómo realizarla mejor y estos lo hacen durante la realización de la tarea.

Por otro lado al analizar las concepciones sobre el aprendizaje se pudo concluir que predomina una concepción reproductiva en el 93,44% de la muestra; solamente en el 6,56% se expresa una tendencia al aprendizaje activo. Tampoco se refleja la visión del aprendizaje como un proceso de naturaleza activa e intelectualmente regulada.

El 52,46% de los estudiantes valoran su aprendizaje como adecuado o satisfactorio expresando una autoevaluación positiva del aprendizaje escolar. Sin embargo, los criterios que emplean para autoevaluarse son a partir de los resultados obtenidos, o sea, por las evaluaciones que reciben de sus docentes. En pocos casos se auto valoran a partir de la dinámica del aprendizaje (proceso de asimilación, calidad de los procesos cognitivos y de las estrategias empleadas para aprender, regulación, etc.).

El conocimiento acerca de las estrategias que pueden utilizar para aprender (conocimiento estratégico) demostró ser bajo. Se expresa en primer lugar, una orientación marcada hacia las estrategias centradas en la búsqueda de apoyo del docente, las estrategias cognitivas de memorización-repaso.

Al buscar las causas de toda esa situación, las mismas se distribuyen de la siguiente forma:

Los docentes no brindan una orientación completa y siempre asumen el proceso de la traducción del lenguaje común al algebraico (modelación) en la solución de problemas.

Los estudiantes, porque en su mayoría no participan en el análisis del problema, no logran comprenderlo lo suficiente como para realizar la traducción.

Los estudiantes presentan dificultades para traducir el problema del lenguaje común al algebraico (modelación), por lo que demuestran siempre una tendencia a la ejecución.

Los docentes no propician de forma activa los procedimientos didácticos para modelar en la resolución de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

Los estudiantes desconocen algunos términos, conceptos o palabras claves del texto del problema.

De los aspectos antes relacionados presentó mayor dificultad, la traducción del lenguaje común al algebraico expresado en el planteo de una ecuación en correspondencia con la solución del problema.

La información que brinda esta investigación a través de las diversas técnicas investigativas empleadas, permite plantear que el estado actual del problema está caracterizado por:

1. Insuficiencias cognoscitivas en los estudiantes para el desarrollo de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

2. Escasas técnicas de trabajo para enseñar al estudiante a modelar en la resolución de problemas algebraicos.

3. Insuficiente tratamiento didáctico metodológico de los docentes para dar solución a las necesidades de aprendizaje de los estudiantes referido a la modelación en la resolución de problemas.

4. Generalmente los docentes realizan la modelación del problema en cuestión.

5. Poco dominio en los estudiantes para establecer las relaciones existentes, entre las cantidades desconocidas y las cantidades conocidas, en la modelación de problemas.

Conclusiones del capítulo

1. El proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas, ha constituido una problemática recurrente en los diferentes procesos de transformación, sin embargo han perdurado insuficiencias en la preparación de los docentes, cuyos efectos se han reflejado en los bajos niveles de desarrollo de los estudiantes.

2. La sistematización de los referentes teóricos - metodológicos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática y de la habilidad modelar en la solución de problemas, permitió precisar los elementos que conforman los criterios más actualizados acerca del empleo de procedimientos, con el objetivo de buscar las vías para provocar la transformación deseada.

3. El estudio diagnóstico confirmó las deficiencias de los estudiantes en la habilidad modelar problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas, así como las insuficiencias en el proceder didáctico de los docentes, al abordar los procedimientos para el desarrollo de esta habilidad.

Capítulo II: Propuesta para la estructuración del proceso de enseñanza del procedimiento para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Como se ha planteado la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas es una acción mental, esto presupone que en su formación se debe transitar por etapas partiendo de la acción en forma material o materializada hasta que se logre una completa interiorización de la misma.

Los estudiantes de décimo grado del preuniversitario realizan la acción de modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas, sin embargo la acción no se realiza de forma mental, es decir, no se ha logrado una interiorización de ésta, tal situación no favorece el desarrollo de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

Todo tipo de habilidades se origina de acuerdo con las mismas leyes psicológicas, modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas no es una excepción, por lo que para su adquisición se debe transitar primero por la formación de esta habilidad y luego por una segunda etapa: su desarrollo.

En la enseñanza de la Matemática es necesario siempre construir el poder matemático sobre la base de un saber. La formación del poder está relacionada estrechamente con la adquisición del saber, y es posible solamente con éste. Por otra parte está claro que con la formación del poder está relacionada una elevación de la calidad del saber matemático.

En este capítulo se propone un procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), sobre la base de la formación del saber y el desarrollo del poder necesarios para realizar la modelación de estos problemas, porque que no existe ningún saber en la Matemática que no se pueda convertir en el poder correspondiente. Además, se ofrecen recomendaciones didácticas a los docentes para el uso del procedimiento propuesto y se ejemplifica dicho procedimiento con tres problemas que se pueden tratar en la Unidad 2 (Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones) del décimo grado.

El capítulo queda conformado en cuatro epígrafes: Procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad de modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones); Pasos parciales en el desarrollo de la habilidad de modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones); Recomendaciones para el uso del procedimiento y Valoración de la factibilidad del procedimiento didáctico propuesto.

Epígrafe 2.1: Procedimiento didáctico para desarrollar la habilidad de modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

La modelación de un problema matemático que conduce a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) es una habilidad y cualquier metodológica para su tratamiento en la escuela debe tenerla presente, de modo que no hayan contradicciones psicopedagógicas. Para la realización de la propuesta, el autor se apoyó en el procedimiento propuesto por la autora María González Polo en su tesis de opción al grado de Master en Ciencias de la Educación. 2001.

La propuesta contempla dos grandes etapas: una primera donde se asegura todo el saber necesario para realizar la modelación, y una segunda donde se aplica el saber, para desarrollar el poder matemático relacionado con el planteo de la ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones).

La estructura del proceso completo es la siguiente:

1. Formación del saber necesario para realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

1.1. Obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) y realización consciente de cada paso.

1.1.1. Análisis de las causas que conllevan al estudio del procedimiento.

1.1.2. Precisión de los conceptos matemáticos a relacionar.

1.1.3. Determinación de los pasos para la realización de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

1.2. Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

2. Desarrollo del poder de realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

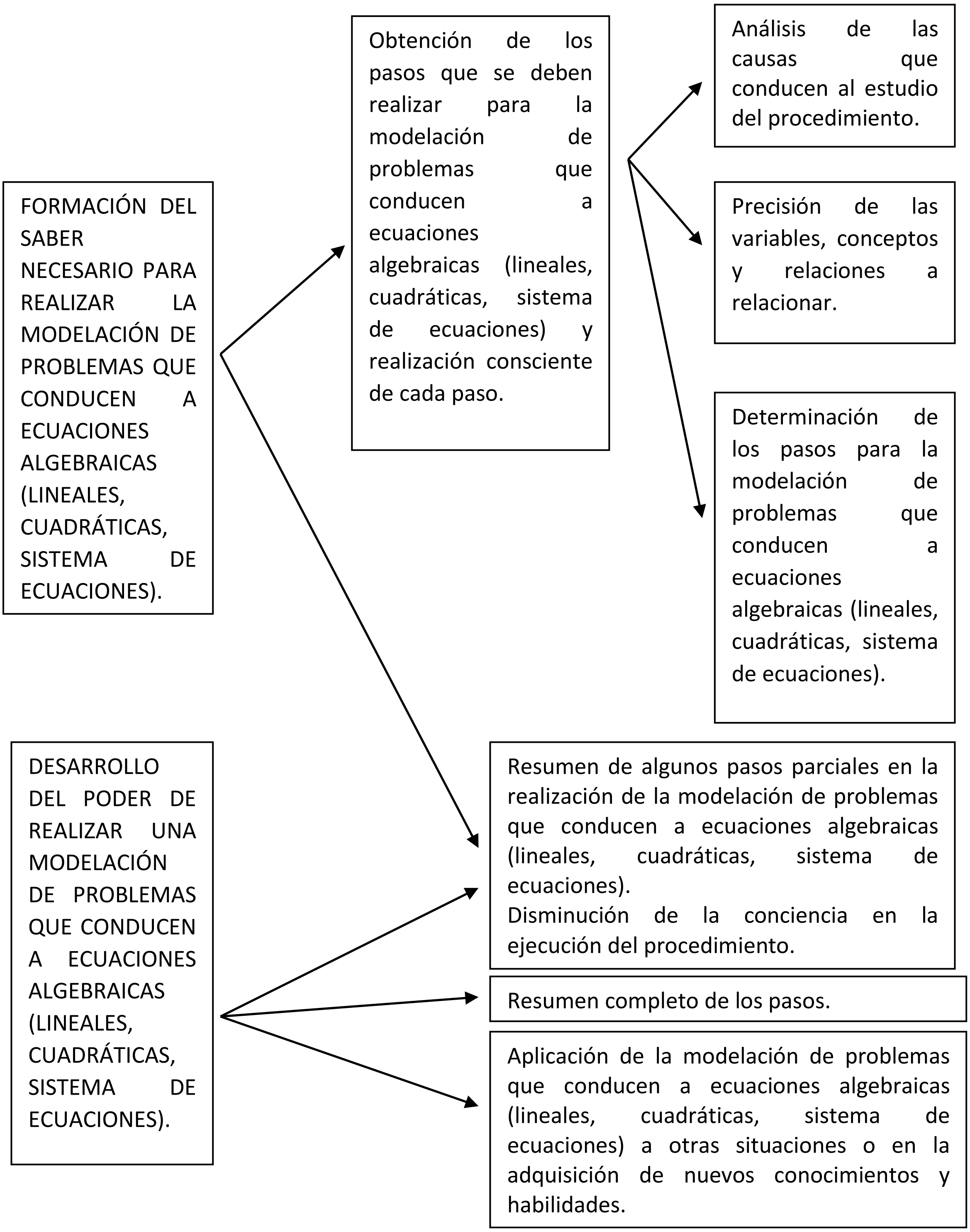
2.1. Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

2.2. Resumen completo de los pasos.

2.3. Aplicación de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) a otras situaciones o en la adquisición de conocimientos y habilidades.

El siguiente esquema muestra las etapas en que hemos dividido el proceso total, con sus etapas parciales.

ESTRUCTURA DEL PROCEDIMIENTO DIDÁCTICO



Epígrafe 2.2: Pasos parciales en el desarrollo de la habilidad de modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

La primera etapa según la propuesta es la formación del saber necesario para realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones); esta, a su vez, se subdivide en dos etapas parciales: la primera de las cuales está dirigida a la obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

La enseñanza de la Matemática en la Escuela Media Superior, debe dotar al estudiante de un sistema de conocimientos, habilidades, formas de trabajo y de pensamiento, así como de la capacidad para aplicarlas de manera independiente y creadora, es decir, se necesita desarrollar un conjunto de habilidades generales que le permita la asimilación de procedimientos de modelación de problemas y la comprensión de la relación lógica existente entre los procedimientos y el problema.

Ya se ha dicho que debe lograrse que los estudiantes tengan desarrollada la habilidad de modelar, en especial la de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), por lo que cualquier proceder pedagógico dirigido a enseñar a los estudiantes a realizar la modelación de problemas, debe tener en cuenta que se trata de una habilidad y como tal ser tratada. De ahí que la primera etapa de la propuesta esté dirigida a la creación de la base cognitiva y afectiva.

Esta primera etapa la hemos subdividido en dos subetapas:

1. Obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) y realización consciente de cada paso del procedimiento.

2. Simplificación de algunos pasos parciales en la realización de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones). Disminución de la conciencia en la ejecución del procedimiento.

Veamos el contenido de estas subetapas:

Obtención de los pasos que se deben realizar para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

En el primer caso se trata de comprender el significado de lo que se quiere o se exige que se haga, y se deben conocer las formas de cada una de ellas, de igual forma es aquí donde se conocen las condiciones necesarias para el éxito de las acciones a realizar.

Saber ¿qué es? el objeto o fenómeno de estudio, constituye un momento importante de la propuesta. Esto permite reconocer la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), como un procedimiento para reflejar o ilustrar la realidad. De igual forma deben quedar claras en la mente del estudiante las principales características del objeto, es decir, deben estar en condiciones de responder a la pregunta ¿cómo es?

¿Por qué es necesario ocuparse por aprender a modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones)?, debe ser comprendido con facilidad por el estudiante; de aquí que el docente debe diseñar esta motivación y tenerla en cuenta en el proceso de enseñanza o de formación de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Para modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), es necesario tener un conjunto de conocimientos de la Matemática (múltiplos, divisores, relación parte todo, diferencia, suma, conceptos y relaciones geométricas, etc.) y un conjunto de habilidades (intelectuales) que le permitan, a partir de la traducción, sintetizar en una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) una situación dada y explicarla. Por ello, asegurar, que el estudiante tenga creadas estas condiciones, es un elemento determinante en la consecución del objetivo de aprender a modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Según la propuesta, este primer momento culmina con la creación de una base orientadora para la realización de la acción, que puede ser la siguiente:

- Precisar la situación a modelar.

- Designar las variables que se necesiten según lo que se busca en el problema.

- Identificar las características esenciales de los conceptos y relaciones con las variables que se deben establecer en el problema.

- Relacionar los conceptos que participan en el problema.

- Concretar en una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) las relaciones existentes entre los conceptos a través de las variables designadas.

- Analizar la correspondencia entre el texto del problema y la ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones).

Los momentos que hemos descrito en esta primera etapa parcial se agrupan en tres fases, ellas son:

1. Análisis de las causas que conducen al estudio del procedimiento (modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones)).

2. Precisión de las variables, conceptos y relaciones matemáticas a relacionar.

3. Determinación de las características del procedimiento.

Estas tres fases están en correspondencia con la ya mencionada teoría de formación por etapas de acciones mentales (TFEAM) de Galperin, tal correspondencia se aprecia en el siguiente cuadro:

	(TFEAM)	**FASES**
Orientación	Motivos y Objetivos.	Análisis de las causas que conducen al estudio del procedimiento.
	Aseguramiento del nivel de partida.	Precisión de las variables, conceptos y relaciones matemáticas a relacionar.

	Creación de una base de orientación.	Determinación de los pasos para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

A continuación se muestra el contenido de cada una de las fases mencionadas.

1- Análisis de las causas que conducen al estudio del procedimiento.

En esta fase se buscan las causas por lo que es necesario ocuparse de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) y los nexos entre los elementos que lo constituyen, así se da un paso importante en el tránsito de lo conocido a lo desconocido.

Una vía importante para el logro de lo anterior es la búsqueda de ejercicios, donde el estudiante reconozca la ventaja, utilidad, necesidad, facilidad o conveniencia de saber modelar un problema; de ahí que estos ejercicios se presenten de forma gradual según los niveles de asimilación y posean características que garanticen que los estudiantes conozcan ambas lenguas (en este caso la lengua materna y el lenguaje de las variables) y el significado de las operaciones matemáticas, así como que traduzcan ideas, oraciones y frases, no palabra a palabra; lean reflexivamente para poder comprender e interpretar lo leído, posean dominio de las diferentes expresiones que tienen significado matemático como por ejemplo los pronombres numerales con función multiplicativa y fraccionaria (doble, triple mitad, tercio, cuádruplo, quíntuplo, etc.) y además conozcan los recursos que le permitan decir un mismo enunciado de diferentes maneras.

Se trata de poner al estudiante en situaciones tales, donde se requiera establecer relaciones entre los elementos esenciales y otros generales característicos del procedimiento de modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), en forma de tareas a resolver de manera individual con la consecuente discusión posterior, en la que se desarrolle la explicación, argumentación y valoración.

En esta fase se acentúa el desarrollo de los procesos lógicos del pensamiento; abstracción y generalización, y se retoman todos en general, en particular, debe trabajarse con la esencia y su relación con la causa.

Una pregunta importante en esta fase es, por qué debe aprenderse a modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), ya que a través de la modelación se utilizan las variables de acuerdo a lo que se necesita modelar y declarando el significado de estas, se escriben relaciones matemáticas teniendo en cuenta las ideas expresadas en cada parte lógica del texto del problema; o sea, se establecen relaciones matemáticas entre ellas que permiten escribir la ecuación o el sistema de ecuaciones.

Como se puede observar esta fase puede transcurrir en una clase. Un punto de partida puede ser el planteamiento de un ejercicio como el siguiente:

Un lado de un rectángulo es 2,5 cm más corto que el otro y su área es de 20 cm². ¿Cuánto miden sus lados?

En este ejemplo si se desea se hará como primer paso la confección de una figura geométrica adecuada del rectángulo, (aunque es válido aclarar que para un estudiante de décimo grado no es necesario porque se trata de un típico ejercicio de situación geométrica), con el objetivo de resolver el ejercicio con mayor facilidad. Luego se deberá hacer una modelación adecuada del problema planteado (esta puede hacerse en la misma figura en caso de haberse confeccionado). Esta situación debe ser aprovechada para demostrarle a los alumnos por qué es necesario aprender a modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), es decir, aprender un procedimiento para modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas.

$X - 2{,}5$ $A = 20\ cm^2$

No siempre los conceptos o relaciones matemáticas a utilizar están explícitamente dados en el enunciado del ejercicio, en estos casos deberá trabajarse con la interpretación a través de sinónimos o palabras equivalentes en el lenguaje común y el algebraico.

2- Precisión de las variables, conceptos y relaciones matemáticas a relacionar.

La modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) es, por su esencia, una forma de comunicación analítica y como tal intervienen en ella tres individuos: un emisor de la idea a comunicar, un codificador y un receptor. Aquí el proceso comunicativo adquiere una peculiaridad significativa: coinciden los tres individuos en una sola persona, es decir, el emisor de la idea la codifica mediante una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) que él mismo va a recibir e interpretar, o sea, la comunicación es consigo mismo.

Para que un proceso como el anterior fluya y sea efectivo es necesario que el sistema de códigos sea claro y preciso. En el caso de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) los códigos están dados en la definición de los conceptos y relaciones matemáticas que intervienen en su concertación, por ello una precisión de estos conceptos es condición determinante en el éxito de la acción.

Esta fase está caracterizada precisamente por la precisión de todos los conceptos que el estudiante utilizará en la modelación del problema, de ahí que sea de gran utilidad, que el estudiante disponga de un glosario con las definiciones de tales conceptos. Mientras más códigos (definiciones de conceptos y relaciones) posea el estudiante, más posibilidad tendrá de modelar correctamente el problema.

3- Determinación de los pasos para la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Esta fase ofrece grandes posibilidades para trabajar los procesos de análisis y síntesis como vía para responder a la interrogante ¿cómo es? Es aquí donde se determinan las características del proceso, por lo que el estudiante debe aprender las acciones que integran el procedimiento, es decir, la base de orientación. Como ya se ha dicho tal base puede ser la siguiente:

- Precisar la situación a modelar.

- Designar las variables que se necesiten según lo que se busca en el problema.

- Identificar las características esenciales de los conceptos y relaciones con las variables que se deben establecer en el problema.

- Relacionar los conceptos que participan en el problema.

- Concretar en una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) las relaciones existentes entre los conceptos a través de las variables designadas.

- Analizar la correspondencia entre el texto del problema y la ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones).

A partir de una demostración de cómo se utiliza, los estudiantes deben encontrar todas las características del procedimiento, es decir, deben conocer cada una de las acciones del procedimiento y entender qué significan.

El valor fundamental de esta fase radica en que garantiza la comprensión de lo que va a hacer antes de iniciar la ejecución. A medida que el estudiantes sabe, no solamente lo que va a hacer, sino también cómo ha de proceder y que acciones y operaciones debe hacer y el orden de su ejecución, mayor será después la calidad de dicha ejecución. Esta etapa permite que en el estudiante se formen procedimientos generalizados para abordar la solución de tareas similares e inclusive de otros tipos de tareas.

Primer resumen de algunos pasos parciales.

En este primer resumen parcial, se debe de ir eliminando carga consciente en el accionar de los estudiantes y para esto se debe tratar de simplificar las acciones de la base orientadora. Una simplificación de la base orientadora descrita en la fase anterior puede ser la siguiente:

- Designar las variables que se necesiten según lo que se busca en el problema.

- Identificar las características esenciales de los conceptos y relaciones con las variables que se deben establecer en el problema.

- Relacionar los conceptos que participan en el problema.

- Concretar en una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) las relaciones existentes entre los conceptos a través de las variables designadas.

- Analizar la correspondencia entre el texto del problema y la ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones).

Este resumen no solo representa un paso menos, sino también hay que verlo como un nuevo peldaño que permite unificar el proceso y así favorecer la fusión de las acciones.

Situaciones como las siguientes pueden servir para demostrar que significa cada paso para la realización de la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

1. En un triángulo el mayor de los ángulos es igual al duplo del menor y el mediano excede en 20º al menor. ¿Cuál es la amplitud de cada uno de los ángulos?

2. En el pasado curso escolar, entre los comité de base de la UJC del 10mo 2 y el 11no 3 realizaron 62 horas de trabajo voluntario. Si el comité del 10mo 2 hubiera realizado el doble de las horas excedería en 4 horas al triple de las horas realizadas por el comité del 11no 3. ¿Cuántas horas de trabajo voluntario realizó cada uno?

El primer paso del procedimiento, es designar las variables que se necesiten según lo que se busca en el problema. En el ejercicio no. 1, si se desea, se ilustra un triángulo escaleno, luego se designa en este a través de una variable un ángulo mayor, uno mediano y uno menor. En el ejercicio no. 2 es evidente que la situación es designar, en función de una variable (o dos), las horas de trabajo voluntario realizadas por el comité del 10mo 2 y del 11no 3.

Situación 1:

Ángulo menor: x

Ángulo mediano: y = x + 20º

Ángulo mayor: z = 2x

Situación 2: (En situaciones como estas es recomendable que el alumno designe las variables en el orden en que se van indicando).

Horas de trabajo voluntarias realizadas por el comité del 10mo 2: x

Horas de trabajo voluntarias realizadas por el comité del 11no 3: y

Doble de las horas de trabajo voluntario realizadas por el comité del 10mo 2: 2x

Triplo de las horas de trabajo voluntario realizadas por el comité del 11no 3: 3y

El segundo paso del procedimiento es identificar las características esenciales de los conceptos que se deben relacionar en el problema. En el caso de la situación no. 1 deben identificarse las siguientes características:

CONCEPTOS	CARACTERÍSTICAS
Triángulo escaleno	Triángulo en que sus tres lados y sus tres ángulos son desiguales
Ángulos interiores de un triángulo	Suman 180º
Duplo de x	Multiplicar por dos a x
Excede en	Relación de mayor que, menor que o diferencia entre mayor y menor

Para la situación no. 2 las características esenciales de los conceptos a relacionar son los siguientes.

CONCEPTOS	CARACTERÍSTICAS
Duplo de x	Multiplicar por dos a x
Excede en	Relación de mayor que, menor que o diferencia entre mayor y menor
Triplo de x	Multiplicar por tres a x

Relacionar los conceptos que participan en el problema es el siguiente paso, este paso no sólo representa una sistematización en la formación de los conceptos que intervienen en éste, sino también es una forma de auto impulso para modelar muchos problemas. Por ejemplo, en la situación no. 1 los conceptos a relacionar son:

- Ángulos interiores de un triángulo
- Duplo de
- Excede en

La relación entre los ángulos aparece en el texto del ejercicio (el mayor de los ángulos es igual al duplo del menor y el mediano excede en 20º al menor), también del texto del problema se reconoce que se trata de un triángulo escaleno (ya que se habla de un ángulo mayor, uno mediano y otro menor). Pero no aparece en el texto de manera explícita la relación entre los ángulos internos de un triángulo, es decir que suman 180º, y esta relación es importante para impulsar al estudiante hacia la modelación del ejercicio.

El próximo paso es concretar en una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) las relaciones existentes entre las variables designadas, este paso está muy relacionado con el anterior y, en ocasiones, después de un análisis de los conceptos que intervienen en el problema:

Situación 1:

Ángulo menor: x

Ángulo mediano: $y = x + 20º$

Ángulo mayor: $z = 2x$

La suma de estos es igual a 180 º

Situación 2: (Aquí es recomendable que se establezcan las relaciones en el orden en que se van indicando).

Horas de trabajo voluntarias realizadas por el comité del 10mo 2: x

Horas de trabajo voluntarias realizadas por el comité del 11no 3: y

Horas de trabajo voluntario realizadas entre ambos comité: 64h

Doble de las horas de trabajo voluntario realizadas por el comité del 10mo 2: 2x

Triplo de las horas de trabajo voluntario realizadas por el comité del 11no 3: 3y

Si el comité del 10mo 2 hubiera realizado el doble de las horas excedería en 4 horas al triple de las horas realizadas por el comité del 11no 3, (esta situación se puede interpretar como):

$2x - 4 = 3y$ ó

$2x = 3y + 4$ ó

$2x - 3y = 4$

Resulta evidente una relación entre ellos, que sugiere una modelación del problema que conduce a una ecuación algebraica del mismo:

Situación 1:

$x + y + z = 180^{\circ}$, de donde resulta que:

$x + x + 20^{\circ} + 2x = 180^{\circ}$

Situación 2**:** (Sistema de ecuaciones)

1) $x + y = 64$
2) $2x - 3y = 4$

Etapa del desarrollo del poder para realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones)

Se ha concebido esta etapa dividida en dos subetapas: una caracterizada por un resumen completo de los pasos para la realización de la modelación del problema que conduzca a una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones), y otra donde se aplica el procedimiento aprendido y la habilidad correspondiente en otros problemas, así como en la adquisición de conocimientos y en el desarrollo de otras habilidades.

En esta etapa el estudiante realiza la modelación del problema que conduce a una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones), como un todo sin separarlas en acciones parciales en el plano mental, es decir, disminuye la carga de trabajo consciente del estudiante al realizar la acción.

Si se quiere desarrollar la habilidad de modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) ya se puede utilizar lo aprendido o lo logrado, pues esta es una manifestación abstracta y generalizadora de ciertas relaciones matemáticas. Al mismo tiempo, es una forma específica de presentación visual, y permite expresarla en un modelo concreto.

Este entrelazamiento entre lo abstracto y lo concreto en el modelo es lo que permite claramente el uso de las ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) tanto en el proceso de transición de lo abstracto a lo concreto como en el proceso inverso, desde lo concreto o visual a lo abstracto.

La repetición constante de la acción puede lograr que se fusionen mucho más los pasos parciales, por eso, es importante la ejercitación del procedimiento. Esta ejercitación está dirigida ante todo al desarrollo de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas, y como se sabe las habilidades son importantes componentes en el desarrollo del poder para operar con los conocimientos y darles aplicación.

El procedimiento formado y la habilidad adquirida en su empleo deben ser utilizados posteriormente en la enseñanza, en la solución de problemas y ejercicios, y también en la adquisición de nuevos conocimientos y otras habilidades.

Epígrafe 2. 3: Recomendaciones al docente para el uso del procedimiento.

El procedimiento propuesto por el autor de esta investigación viene a dar respuesta a una de las exigencias del programa de enseñanza de la Matemática, la resolución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), dentro de esto muy en específico, a la modelación en la solución de problemas matemáticos a través del sistema de conocimientos que posee el estudiante.

En las literaturas e investigaciones consultadas se pudo apreciar que se expresan vías, métodos, procedimientos de manera general para resolver problemas matemáticos, pero no se concibe un procedimiento para enseñar al estudiante a realizar específicamente la modelación de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), de manera que se puedan favorecer los niveles de conocimientos necesarios para el desarrollo de esta habilidad y que se revierta en los niveles de desempeño alcanzados por los estudiantes.

Según los estudios realizados en este trabajo los estudiantes poseen las habilidades para resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones, pero no han desarrollado la habilidad modelar problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones). Dicho de otro modo, si se selecciona cierta ecuación o sistema de ecuaciones y se le presenta al estudiante, este la resuelve sin dificultad, pero si se le plantea el problema que conduce a estas ecuaciones, no posee las herramientas suficientes para traducirlo del lenguaje de las letras al lenguaje algebraico (modelar) y en consecuencia no obtiene una solución acertada del problema en cuestión.

A diferencia de otras propuesta esta brinda a los docentes un procedimiento centrado específicamente a desarrollar en los estudiantes la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas y ofrece una herramienta para aprender a modelar en la solución de dichos problemas.

Vale la pena señalar que la mayoría de los trabajos científicos que en los últimos tiempos se han realizado, relacionados con la solución de problemas y su modelación, se han dirigido a problemas aritméticos, por lo que no se ha aprovechado la potencialidad que tiene el álgebra para desarrollar esta habilidad.

En el marco de la actividad escolar al hablar de modelación de problemas que conducen a una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones) se deben proponer ejercicios de carácter preparatorio, dirigidos a la formación de las acciones que anteceden la formación de la habilidad modelar problemas que conducen a una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones), o sea que con estos ejercicios se debe obligar al cumplimiento de la orden y no a modelar el problema; se recomiendan ejercicios tales como:

- Ejercicios para seleccionar e identificar cantidades desconocidas.
- Ejercicios para designar variables.
- Ejercicios para establecer relaciones entre los conceptos.
- Ejercicios para formar ecuaciones.
- Ejercicios que incluyan las cuatro órdenes anteriores.

Se debe tener en cuenta que el estudiante que ingresa en el preuniversitario presenta insuficiencias en la resolución de problemas, específicamente en la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), a pesar de que a esto contribuyen todas las asignaturas y las formas de enseñanza desde la escuela primaria.

Por estas razones el autor recomienda ejercicios como el siguiente:
Dos brigadas de estudiantes de un IPU se propusieron recoger conjuntamente en un día 280 cajas de tomates. Después de terminar la jornada de la mañana, la Brigada 1 había recogido las dos quintas partes de lo que se propuso y la Brigada 2 el 60 %, quedando por recoger entre las dos 142 cajas. ¿Cuántas cajas de tomates le faltan por recoger a cada brigada en la jornada de la tarde para completar el total de cajas que se propusieron?
a) Haz la lectura y sin todavía intentar escribir, pregúntate:
¿De qué trata el problema? ¿Qué me piden?
b) Procede a una segunda lectura según cada una de las partes lógicas (ideas completas), en este caso hay tres, extráigalas por separadas:
c) Como ves en el texto, en las oraciones se declara cantidad de cajas propuestas a recoger, declare la (s) variable (s).
d) Teniendo en cuenta la declaración de variables, establezca las relaciones existentes en el texto en cuanto a: lo que se propusieron recoger conjuntamente las brigadas, Io que había recogido cada una de las brigadas en la jornada de la mañana y lo que quedó por recoger entre las dos brigadas.
e) Formule la ecuación (es) que integre las relaciones existentes en el texto.

El Programa Heurístico General para la solución de problemas, consta de cuatro etapas:

1. Orientación hacia el problema.

2. Trabajo en el problema.

3. Solución del problema.

4. Control de la solución y de la vía de solución.

Son de gran importancia dentro del trabajo en el problema los medios heurísticos que puedan ser empleados, entre otros, la modelación de la situación, que tal alcance aumenta si se trata de un problema algebraico.

A partir de una enseñanza organizada puede ser utilizado el procedimiento propuesto para la formación y desarrollo de la habilidad modelar problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), que como ya se ha dicho consta de dos grandes etapas.

Para organizar el proceso de enseñanza–aprendizaje del procedimiento, se debe tener en cuenta un modelo general del proceso de enseñanza de la Matemática, que permita organizar el proceso de enseñanza sin contradecir a modelos particulares para la enseñanza de otras asignaturas. El modelo general que propone por el autor, sintetiza el proceso de enseñanza para cualquier situación típica de la enseñanza de la Matemática (Conceptos y Definiciones, Teoremas y Demostraciones, Problemas y Ejercicios, Procedimientos algorítmicos y ejercicios de construcciones geométricas) y consta de cuatro etapas fundamentales:

1. Formulación de los objetivos que se desean alcanzar.

2. Diseño de una estrategia de enseñanza.

3. Interacción con el alumno.

4. Evaluación del proceso.

De acuerdo con este modelo, el proceso se inicia con la determinación de los objetivos educacionales que se desean alcanzar. Ellos definen las metas a lograr, es decir, precisan las características y la amplitud del aprendizaje que esperamos se produzca en la mente del estudiante.

El siguiente paso del modelo de enseñanza, consiste en el diseño de una estrategia de enseñanza que permita alcanzar en las mejores condiciones los objetivos propuestos. La estrategia debe tener en cuenta tanto la información que se posea de los estudiantes como los resultados del análisis de los contenidos a enseñar.

La formulación de los objetivos y el diseño de una estrategia de enseñanza no son sino una preparación para el momento culminante del proceso, que a juicio del autor, es la interacción con el estudiante. Es aquí donde se produce el aprendizaje, por tal motivo, esta etapa constituye la esencia de todo el proceso de enseñanza.

El proceso culmina con una evaluación de los logros alcanzados, la cual permite determinar en qué grado y hasta qué punto fueron alcanzados los objetivos formulados inicialmente, permite determinar, asimismo, la eficacia de la estrategia empleada y la forma concreta en que dicha estrategia fue aplicada. La evaluación proporciona el punto de partida para nuevos procesos de enseñanza que continúen o complementen lo ya logrado.

Para el autor de esta obra es importante recomendar que el procedimiento que se propone se emplee de la siguiente forma:

Pasos del procedimiento	Unidad y grado del nivel
Formación del saber necesario para realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).	Unidad 2, 10mo grado.
Desarrollo del poder de realizar una modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).	Unidad 4, epígrafe 4.1, 11no grado. Unidad 4, 12mo grado. Sistematización.

La enseñanza de la Matemática en el preuniversitario pretende lograr que los estudiantes comprendan la función de la actividad científico–técnica contemporánea en la sociedad actual, a partir de la resolución y formulación de problemas que requieran de conocimientos y el desarrollo de habilidades, hábitos, cualidades, convicciones y actitudes, relativos al trabajo con la matemática elemental.

Los objetivos que establece el programa de Matemática en el nivel preuniversitario, persiguen, entre otras cuestiones, que los estudiantes sean capaces de:

Demostrar, mediante la modelación, la argumentación y la aplicación del sistema de contenidos matemáticos, una concepción científica del mundo; una adecuada orientación política e ideológica y una cultura integral que le permita la comprensión del carácter humanista de la Revolución Cubana.

Establecer, a partir de la modelación y aplicación de los contenidos matemáticos en situaciones de aprendizaje, relaciones interdisciplinarias que propicien el desarrollo de la educación patriótica, ciudadana y jurídica, científica y tecnológica, ambientalista, estética, laboral, económica y profesional; así como, actitudes positivas en el colectivo.

Demostrar el desarrollo de formas de pensamiento matemático que requieran de cualidades, convicciones y actitudes para realizar argumentaciones y operaciones con conceptos matemáticos, utilizando la terminología y simbología matemática y recursos para la racionalización del trabajo mental y práctico, en el que manifiesten flexibilidad mental, reflexión crítica, tenacidad y perseverancia en la transferencia de modelos conocidos a nuevas situaciones.

Profundizar en los conocimientos y habilidades que aseguran una educación matemática adecuada para continuar estudios, a partir del dominio del sistema de conocimientos y habilidades relacionadas con las líneas directrices y la formulación y resolución de problemas, así como el desarrollo de las capacidades mentales generales y la utilización de recursos algorítmicos, heurísticos y metacognitivos.

Formular y resolver problemas matemáticos y extramatemáticos relacionados con fenómenos y procesos de carácter político-ideológico, económico-social y científico-ambientales a nivel local, nacional, regional y mundial, que requieran: la aplicación integrada y consciente de recursos cognitivos, algorítmicos, heurísticos y metacognitivos.

Esto implica:

- Que los conocimientos, habilidades, modos de la actividad mental y actitudes que se desea formar en los estudiantes se adquieran mediante la determinación, formulación y resolución de problemas, que propicien que los mismos se habitúen, en un ambiente interactivo, a reflexionar, plantear hipótesis y conjeturas, validarlas y valorarlas, de modo que la resolución de problemas no sea sólo un medio para fijar, sino también para aprehender lo que se aprender.

- Que los conocimientos, habilidades y formas de la actividad mental, como son los procedimientos lógicos y heurísticos, se sistematicen continuamente a través de una planificación sistémica, variada y diferenciada de las tareas que se plantean a los estudiantes, que atienda a sus necesidades e intereses individuales y estimule su independencia y creatividad.

- Que los estudiantes tengan una cabal comprensión de los fenómenos, procesos y relaciones que se estudian y dominen la base conceptual que subyace a los algoritmos y procedimientos de trabajo que emplean, de modo de alejar todo formalismo en el proceso de enseñanza–aprendizaje.

- Que se incluyan problemas relevantes, intrínsecamente complejos, que contribuyan a la educación ideopolítica, jurídica, laboral y económica, para la salud sexual, estética y ambiental de los estudiantes, preferentemente vinculados a su entorno natural y social, en una dialéctica entre las formas de trabajo y pensamiento disciplinario e interdisciplinario, problémico y no problémico.

- Exigir en la realización de las tareas y su evaluación la argumentación como vía para llegar a encontrar las razones del “por qué” o “la causa de” o “el para qué ocurre”, lo que permite interiorizar la utilidad del contenido que se aprende y la importancia de una cultura matemática.

- Modelar, precisar una situación, elaborar o interpretar un modelo, realizar, validar y evaluar el modelo.

El eje central del trabajo con los contenidos de la asignatura lo constituye la formulación y resolución de problemas, pero de manera tal que ellos no sirvan solo para la fijación del saber y el poder matemático, sino también para adquirir nuevos conocimientos.

La unidad no. 2 de 10mo grado**:** Trabajo con variables, ecuaciones, inecuaciones y sistemas de ecuaciones**,** tiene entre sus epígrafes los siguientes:

2.1. Polinomios, operaciones y descomposición factorial.

2.2. Ecuaciones e inecuaciones lineales, modulares y cuadráticas.

2.3. Fracciones algebraicas. Ecuaciones e inecuaciones fraccionarias.

2.4. Sistema de ecuaciones lineales y cuadráticas.

Para darle cumplimiento a dicho eje central, es necesario que los estudiantes sean capaces de: resolver ecuaciones lineales, cuadráticas y sistemas de ecuaciones; formular y resolver ejercicios con texto y problemas que se modelan por medio de las clases; traducir del lenguaje común al lenguaje algebraico situaciones de la vida cotidiana y viceversa.

Por la variedad de las ecuaciones que se estudian, es factible y ventajoso la implementación de la etapa de formación del saber necesario para realizar la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Este grado además es de ampliación y profundización de los conocimientos, habilidades y hábitos adquiridos en el nivel precedente.

Los grados de 11no y 12mo son básicamente de introducción de nuevos contenidos, por lo que es factible de aplicar en ellos la etapa de desarrollo del poder de realizar una modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Unidad 4, 11no grado: Geometría analítica de la recta en el plano.

4.1**-** Geometría plana.

4.2 **-** Geometría analítica de la recta en el plano.

Unidad 4: 12mo grado. Sistematización.

4.2 **-** Trabajo algebraico.

4.3 - Inecuaciones y sistemas de ecuaciones.

Teniendo en cuenta que las unidades referidas de 10mo y 11no grado tratan acerca del trabajo con variables, no debe perderse de vista la integración que debe alcanzarse entre las ramas de la Matemática en este nivel (aritmética, álgebra y geometría), según los nuevos enfoques de la enseñanza de esta asignatura.

A continuación algunos ejemplos:

1. El arquero cubano Juan C. Stevens, cuarto lugar olímpico en Beijing 2008, alcanzó en una ronda de una competencia 27 puntos con tres tiros. Con el primer tiro alcanzó un punto más que con el segundo y con el tercero, uno menos que con el segundo.

a) ¿Cuántos puntos alcanzó con cada tiro?

Designemos por x al número de puntos que alcanzó en el segundo tiro; en el primer tiro alcanzó un punto más que con el segundo, esto es $x + 1$ y en el tercer tiro, uno menos que con el segundo: $x - 1$. Finalmente en la ronda alcanzó un total de puntos 27 puntos. Nótese que la descripción del número puntos que alcanzó en el primer y en el tercer tiro está referido al número de puntos que alcanzó en el segundo tiro.

Número de puntos que alcanzó en el primer tiro: $x +1$

Número de puntos que alcanzó en el segundo tiro: x

Número de puntos que alcanzó en el tercer tiro: $x - 1$

En el problema se afirma que alcanzó en la ronda 27 puntos con los tres tiros, entonces así se entiende la ecuación:

$$(x + 1) + x + (x - 1) = 27$$

$$3x = 27$$

Esta ecuación algebraica resulta ser el modelo matemático para resolver el problema planteado.

2. Un tractorista puede arar un terreno empleando un tractor en cinco días, otro tractorista puede hacer el mismo trabajo con un tractor más pequeño en seis días. ¿En cuántos días pueden arar el campo si trabajan conjuntamente?

	Días que demora en arar el campo	Parte del campo que ara en un día
Un tractorista	5	1/5
El otro tractorista con el tractor más pequeño	6	1/6
Ambos tractoristas	x	1/x

Ecuación: $1/5 + 1/6 = 1/x$

Es importante para enfrentar la modelación de los problemas a partir de ecuaciones algebraicas, leer cuidadosamente el texto de los problemas para así determinar la incógnita (o las incógnitas) y llevar a expresiones matemáticas las relaciones que se dan entre los datos y las incógnitas en el lenguaje corriente.

3. Un hombre y su hijo trabajando juntos pueden hacer una obra en 12 días. Trabajando separados el hijo tardará siete días más que el padre en hacer él solo la obra. ¿Cuánto tiempo tardará cada uno trabajando por su cuenta?

Tiempo que tarda el padre: x

Tiempo que tarda el hijo: y

Tiempo que tardan trabajando juntos: $x + y = 12$

Tiempo que tarda el hijo haciendo la obra solo: $y = x + 7$

Ecuaciones: $x + y = 12$

$y = x + 7$

Epígrafe 2.4: Valoración de la factibilidad del procedimiento didáctico propuesto.

Para comprobar la factibilidad del procedimiento propuesto y poder establecer una comparación con la metodología existente se llevó a cabo esta experimentación. El universo estuvo constituido por los estudiantes de décimo grado del Preuniversitario Félix Ruenes Aguirre del municipio Baracoa, provincia Guantánamo.

Para la realización de este trabajo, se tomó como muestra dos grupos de décimo grado de 30 y 31 estudiantes, de los cuales se conformó un grupo de control (A) y un grupo experimental (B).

Aunque el método experimental en el aula, siendo los sujetos seres humanos es imposible que todas las variables no experimentales puedan ser controladas, se logró mediante el control por distribución cierta homogeneidad entre los grupos en cuanto a:

1. Comunidad de residencia de los estudiantes.
2. Secundaria Básica de procedencia.
3. Resultados de la prueba de entrada.

Para comprobar el experimento se plantearon las siguientes condiciones que se relacionan a continuación como variables.

1. Recodificación. (V1)
2. Realización del modelo. (V2)
3. Control. (V3)

Estas variables fueron evaluadas teniendo en cuenta los niveles que se describen en la tabla:

Variables	Niveles		
	1	2	3
V1	Identificación del tipo de dato	Designar variables	Identificar tipo de variable

V2	Establecer relación de dependencia	Establecer la ecuación totalizadora	
V3	Control en efecto en el texto		

Para la selección de los dos grupos se tuvo en cuenta principalmente el aspecto número 3 (resultados de la prueba de entrada). Para esto se utilizó la prueba estadística T-student que es de las pruebas paramétricas la que más se ajusta a este trabajo, dado a que no es conocida la varianza poblacional para las variables definidas y con la finalidad de analizar si hay o no diferencia significativa entre los dos grupos.

Con los resultados de esta prueba de entrada se comprobó, que no había tal diferencia significativa entre los grupos consignados como de control y experimental, por tanto, se tomó aleatoriamente como grupo de control el de 30 estudiantes y como grupo experimental el de 31 estudiantes.

El experimento consistió en trabajar en el aula experimental introduciendo el procedimiento propuesto en el Capítulo II y en el grupo de control se continuó trabajando según las orientaciones normales. Este experimento se llevó a cabo en las condiciones habituales del proceso docente-educativo, donde se pudo comprobar que en el grupo experimental al introducir el procedimiento propuesto, se logró con éxito el desarrollo de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones).

Para controlar el experimento, primeramente se realizó una prueba de entrada en ambos grupos (anexo 9) con el objetivo de medir el estado inicial de estos. Los resultados de la misma arrojaron que no existía diferencia significativa, por lo que se observa cierta homogeneidad entre ambos.

Luego se montó el experimento introduciendo el procedimiento propuesto, y al final, se aplicó una prueba de salida (anexo 9) con el objetivo de comprobar la efectividad del procedimiento propuesto, para esto se compararon los resultados obtenidos entre ambos grupos a través del análisis de las variables por el método de análisis estadístico. Este análisis se efectuó con las diferencias de medias para varianzas desconocidas, con un nivel de significación de 0,05; dichos resultados arrojaron que el parámetro es mayor que el percentil de orden 0,975 con 30 grados de libertad de la distribución de T-student, por lo que se toma la decisión de rechazar la condición de similitud y de concluir que existe diferencia significativa entre los grupos; por lo tanto, implica que la variante aplicada ha surtido efecto sobre la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en los estudiantes del décimo grado del Preuniversitario “Félix Ruenes Aguirre” del municipio Baracoa.

Conclusiones del capítulo

1. El procedimiento didáctico propuesto se organizó sobre la base de la formación del saber y el desarrollo del poder, lo que permite perfeccionar el desarrollo de la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas en los estudiantes de décimo grado.

2. Los resultados obtenidos con la valoración de la factibilidad del procedimiento didáctico demuestran que es posible desarrollar la habilidad modelar en la solución de problemas matemáticos que conducen a ecuaciones algebraicas.

Conclusiones

La identificación de los antecedentes históricos del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, con énfasis en la habilidad modelar en la solución de problemas algebraicos, ha permitido analizar la evolución del objeto investigado.

La sistematización de los referentes teóricos - metodológicos sobre el objeto de investigación, permitió certificar la necesidad de la preparación de los docentes para el tratamiento a la habilidad modelar en la solución de problemas algebraicos.

El diagnóstico realizado permitió corroborar que existen insuficiencias en los estudiantes y en los procederes didácticos de los docentes, para el tratamiento a la habilidad modelar en la solución de problemas algebraicos.

La implementación del procedimiento didáctico permitió perfeccionar el tratamiento a la habilidad modelar en la solución de problemas algebraicos.

Los resultados obtenidos con la valoración de la factibilidad del procedimiento didáctico, permitieron comprobar la validez de la propuesta como una vía para fortalecer el desarrollo de la habilidad modelar en la solución de problemas algebraicos, lo que confirma la novedad de la propuesta.

Recomendaciones

Desarrollar en los estudiantes de décimo grado, la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) tiene gran importancia si se tiene en cuenta que éstos deben enfrentarse en grados posteriores a situaciones similares, por lo que recomendamos:

✓ Sea utilizado el procedimiento didáctico propuesto en el resto de los grados del nivel, con ajustes a sus particularidades.

✓ Continuar investigando algunos problemas que quedan abiertos en esta investigación y que son de importancia teórica – práctica, su estudio ampliará las posibilidades del desarrollo del intelecto humano a través del proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática, entre ellos están:

- Falta de motivación en la resolución de problemas.
- Poca comprensión de los problemas por los estudiantes.

Bibliografía

1. Addine Fernández, F. (1998). *Didáctica y optimización del proceso de enseñanza-aprendizaje.* Material en soporte magnético. La Habana, Cuba: IPLAC.

2. Addine Fernández, F. (2004). *Didáctica. Teoría y práctica*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

3. Alanís, J. J. (1995). *El papel de los significados en la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, México.

4. Algarabel, S. (1996). Solución de problemas: una revisión del uso de heurísticos y una evaluación de su utilización en Matemáticas. *Revista Española de Pedagogía,* 143-165.

5. Almeida Carazo, B. A. y Borges Echevarría, J. T. (2000). *Didáctica de la resolución de problemas en la escuela media.* Material en soporte magnético. Matanzas: ISP “Juan Marinillo”.

6. Alonso Berenguer, I. (2001). *El problema matemático y su proceso de resolución. Una perspectiva desde la teoría del procesamiento de la información*. (Tesis de Doctorado). Universidad de Oriente, Santiago de Cuba.

7. Alvarez, J. (2001). *Estrategia para la formación de representaciones en el proceso de resolución de problemas matemáticos en la enseñanza preuniversitaria.* (Tesis de Doctorado). Santiago de Cuba.

8. Álvarez de Zayas, C. M. (1999). *Didáctica. La escuela en la vida.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

9. Baldor, A. (1997). *Álgebra.* México: Publicaciones Cultural.

10. Ballester Pedroso, S. (1995). *Enseñanza de la Matemática y dinámica de grupo.* La Habana, Cuba: Academia.

11. Ballester Pedroso, S. (2003). *El transcurso de las líneas directrices en los programas de Matemática y la Planificación de la Enseñanza.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

12. Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Hernández Montes de Oca, S., Cruz, I., Arango González, C., García García, M., et al. (1992). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (Tomo 1). La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

13. Ballester Pedroso, S., Santana de Armas, H., Hernández Montes de Oca, S., Cruz, I., Arango González, C., García García, M., et al. (2000). *Metodología de la Enseñanza de la Matemática* (Tomo 2). La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

14. Ballester Santana, H. (1992). *Metodología de la enseñanza de la Matemática.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

15. Barrios C, S. y Cabrera, J. E. (1987). *Orientación Metodológica para la solución de problemas.* La Habana, Cuba: Función y Educación.

16. Bermúdez Sarguera, R. y Rodríguez, M. (1996). *Teoría y Metodología del aprendizaje.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

17. Bernardino Almeida, J. M. y González Hernández, S. (1990). *Los procedimientos heurísticos en la enseñanza de la Matemática.* Material mimeografiado. La Habana, Cuba: ISP “Enrique José Varona”.

18. Buenavilla Recio, R., Cartaya Cotta, P., Joanes Pando, J. A., Silverio Gómez, M., Santos Echevarría, N., Martínez Hernández, M., et al. (1995). *Historia de la Pedagogía en Cuba*. La Habana: Pueblo y Educación.

19. Brito Fernández, H. (1991). *Aspectos metodológicos para la formación, desarrollo y evaluación de habilidades en una asignatura.* La Habana, Cuba: ISP “Enrique José Varona”.

20. Cabañas, M. G. (1995). *La técnica de la modelación como un recurso para aprender a resolver problemas.* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, México.

21. Cardosa Ferrer, A. (2009). *Un sistema de acciones didácticas para la resolución de problemas que conducen a ecuaciones lineales y cuadráticas en el primer semestre del Curso de Superación Integral para Jóvenes.* (Tesis de Maestría). Universidad de Ciencias Pedagógicas "Raúl Gómez García", Guantánamo.

22. Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1992). *Enseñanza de la Matemática: reflexiones polémicas*. La Habana, Cuba: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.

23. Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1996). *Aprender a resolver problemas matemáticos.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

24. Campistrous Pérez, L. y Rizo Cabrera, C. (1999). Estrategias de resolución de problemas en *la escuela. Revista Latinoamericana de Investigación Matemática Educativa (RELIME),* 2(3), 31-45.

25. Castellano Simons, D. (2007). *Aprender y enseñar en la escuela. Una concepción desarrolladora.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

26. Cervera, P. (1998). *Algunas estrategias para la Resolución de Problemas Geométricos en duodécimo grado.* (Tesis de Maestría). La Habana, Cuba.

27. Chávez Rodríguez, J. A. (2005). *Acercamiento necesario a la Pedagogía General.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

28. Danilov, M. A. y Skatkin M. N. (1978). *Didáctica de la Escuela Media.* La Habana, Cuba: Editorial de libros para la educación.

29. Davidov, V.V. (1978). *Tipos de generalización en la enseñanza.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

30. Dávidson Sanjuán, L. y Reguera, R. (1995). ¡Qué todos los maestros cubanos sean cómo estos*! Educación.*

31. De Guzmán, M. (1991). *Para pensar mejor.* Madrid: Labor, S.A.

32. De Guzmán Ozámiz, M. (2005). *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática.* Organización de Estados Iberoamericanos Para la Educación, la Ciencia y la Cultura. Recuperado de http://www.campus-oei.org/oeivirt/ciencias.htm

33. Delgado Rubí, J. R. (1996). *Algo sobre la historia de la Resolución de Problemas en el Folleto “Resolución de Problemas”*. Panamá: Facultad de Ingeniería de la UNER.

34. Delgado Rubí, J. R. (1999). *La enseñanza de la matemática en el umbral del siglo XXI.* En soporte magnético. La Habana, Cuba: ISP “José Antonio Echevarría”.

35. Delgado Rubí, J. R. (1999). *La enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Dos elementos fundamentales para lograr su eficacia: La estructuración sistémica del contenido de estudio y el desarrollo de habilidades generales matemáticas.* (Tesis de Doctorado). La Habana, Cuba.

36. *Diccionario de las ciencias de la educación.* (2002). México: Santillana.

37. *Didáctica y solución de problemas.* (2002). La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

38. El método heurístico en la enseñanza de la Matemática del nivel medio general. (1986). *Revista Educación, (60)*.

39. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática. Tendencias e innovaciones.* (1993). España: Popular S.A.

40. Farfán Márquez, R. M. (1995). *Heurística, Sección de Matemática Educativa.* México: CINVESTAV-INP.

41. Fernández Rodríguez, B. (1997). *Temas de didáctica.* Primera parte. Facultad de Ciencias de la Educación. Material en soporte magnético. La Habana, Cuba: Universidad Pedagógica “Enrique José Varona”.

42. Fernández, S. (1987). Sobre heurística matemática. Enseñanza de la ciencia. *Revista de investigación y experiencias didácticas, (número extra).*

43. Ferrer Vicente, M. (2000). *La resolución de problemas en la estructuración de un sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana.* (Tesis de Doctorado). ISP "Frank País García", Santiago de Cuba.

44. Fuentes González, H. (1995). *Conferencias de Didáctica*. Santiago de Cuba, Cuba: Universidad de Oriente.

45. Fraga Cedré, D*. (2000). La enseñanza de la Matemática por problemas.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

46. Fridman, M.L. (1979). *Metodología para enseñar a los estudiantes del nivel superior a resolver problemas de matemática*. Moscú.

47. Galperin, P.Ya. (1968). *Ensayo sobre la formación por etapas de las acciones y de los conceptos.* La Habana, Cuba: Universitaria.

48. Galperin, P. Ya. (1986). *Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. Antología de la psicología pedagógica y de las edades.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

49. Galperin, P. Ya. (2002). *Introducción a la Psicología*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

50. García Cruz, J. A. (2006). *La Didáctica de las Matemáticas: una visión general.* Recuperado de http://nti.educa.rcanaria.es/rtee/rtee.htm

51. Gascón, J. (1994). El papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas. *Educación Matemática, 6(3).*

52. Gonzáles Polo, M. (2001). *Un procedimiento didáctico para el desarrollo de la habilidad de modelación gráfica en la solución de problemas geométricos.* (Tesis de Maestría). Centro de Estudios de Educación Superior “Manuel F. Gran”, Santiago de Cuba.

53. Hernández Sampieri, R. (2003). *Metodología de la investigación.* La Habana, Cuba: Félix Varela.

54. Instituto Central de Ciencias Pedagógicas. (2011). *Bases Generales para el Perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación.* La Habana: Autor.

55. Instituto Pedagógico Latinoamericano y Caribeño. (2004). *Didáctica de las Ciencias. Nuevas perspectivas.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

56. Jardinot Musteleir, L. R. (2015). *La modelación creadora en la escuela.* España: Académica Española.

57. Jungk, W. (1978). *Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 1.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

58. Jungk, W. (1979). *Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2 (primera parte).* La Habana, Cuba: Editorial de Libros para la educación.

59. Jungk, W. (1981). *Conferencia sobre Metodología de la Enseñanza de la Matemática 2. (segunda parte).* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

60. Klingberg, L. (1978). *Introducción a la didáctica General.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

61. Kilpatrick, J. (1990). Lo que el constructivismo puede ser para la educación de la Matemática. *Educar*.

62. Labarrere Reyes, G. y Valdivia, G. (1988). *Pedagogía.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

63. Labarrere Sarduy, A. F. (1981). Análisis del texto y su papel en el proceso de solución de problemas por los escolares de primaria. *Educación*, 92-103.

64. Labarrere Sarduy, A. F. (1987). *Bases psicopedagógicas de la enseñanza de la solución de problemas matemáticos en la escuela primaria.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

65. Labarrere Sarduy, A. F (1995). *La generalización de procedimientos de solución de problemas y la autorregulación de la actividad cognoscitiva de los estudiantes. En El adolescente cubano: una aproximación al estudio de su personalidad.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

66. León Lorenzo, S. (1981). Las acciones internas de modelación y las capacidades intelectuales del niño de edad preescolar. *Varona*, (6), 34-50.

67. Leleibre Forestel, Y. (2012). *Un sistema de actividades metodológicas para perfeccionar la comprensión textual en la resolución de problemas matemáticos aplicando el formato diverso.* (Tesis de Maestría). Universidad de Ciencias Pedagógicas "Raúl Gómez García", Guantánamo.

68. López López, M. (1989). *¿Cómo enseñar a determinar lo esencial?* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

69. Lopes, B. y Costa, N. (1996). Modelo de enseñanza - aprendizaje centrado en la resolución de problemas: Fundamentación, presentación e implicaciones educativas. *Revista Enseñanza de las Ciencias, 14(1),* 45-61**.**

70. Llivina Lavigne, M. J. (1999). *Una propuesta metodológica para contribuir al desarrollo de la capacidad para resolver problemas matemáticos.* (Tesis de Doctorado). ISP "Enrique José Varona", La Habana.

71. Majmutov, M. I. (1986). *La enseñanza problémica.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

72. Márquez Rodríguez, A. (1991). *Sistema teórico - metodológico para la formación de habilidades.* Material impreso. Santiago de Cuba, Cuba: ISP "Frank País".

73. Martínez Llantada, M. (1994). *La enseñanza problémica y el pensamiento creador*. México: Universidad de Sinaloa.

74. Mason, J. (1989). *Pensar matemáticamente.* Barcelona: MEC.

75. Matos Guzmán, K. (2008). *Una alternativa metodológica para trabajar el proceso de comprensión en la resolución de problemas matemáticos.* (Tesis de Maestría). ISP "Raúl Gómez García", Guantánamo.

76. Mazario Triana, I (1999). El desarrollo de habilidades en la resolución de problemas. *Revista Cubana de Educación Superior, 19(2),* 37-44.

77. Ministerio de Educación. (1998). *Programa Director de Matemática.* La Habana, Cuba: Autor.

78. Ministerio de Educación. (2014). *Programa de Matemática. Décimo Grado. Vigente a partir del Curso 2014-2015.* Soporte electrónico. La Habana, Cuba: Autor.

79. Ministerio de Educación. (2014). *Programa de Matemática. Undécimo Grado. Vigente a partir del Curso 2014-2015.* Soporte electrónico. La Habana, Cuba: Autor.

80. Ministerio de Educación. (2014). *Programa de Matemática. Duodécimo Grado. Vigente a partir del Curso 2014-2015.* Soporte electrónico. La Habana, Cuba: Autor.

81. Ministerio de Educación. (2014). *Resolución Ministerial No. 200/2014. Reglamento del trabajo metodológico del ministerio de educación.* La Habana, Cuba: Autor.

82. Ministerio de Educación. (2016). *Documentos para el perfeccionamiento del Sistema Nacional de Educación*. La Habana, Cuba: Instituto Central de Ciencias Pedagógicas.

83. Ministerio de Educación. (2020). *Resolución Ministerial No. 105/20. Adaptaciones curriculares para el curso 2020-2021.* La Habana, Cuba: Autor.

84. Mónaco, B. S y Aguirre, M. I. (1995). *Caracterización de algunas estrategias para resolver problemas aritméticos y algebraicos en el nivel medio: un estudio de casos.* (Tesis de Maestría). Universidad Autónoma de Guerrero, México.

85. Müller, H. (1986). *Formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática (I).* Ciudad de la Habana, Cuba: Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática.

86. Müller, H. (1987). *Formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática (II)*. Ciudad de la Habana, Cuba: Boletín de la Sociedad Cubana de Matemática. N o 7.

87. Müller, H. (1987). *Formas del trabajo heurístico en la enseñanza de la Matemática en la Enseñanza General Politécnica y Laboral*. Santiago de Cuba, Cuba: ISP "Frank País García".

88. Newton, I. (1722). *Aritmética Universal.* Cambridge: Universidad de Cambridge.

89. Palacio Peña, J. (2001). *Hacia una mayor efectividad en la enseñanza de los problemas matemáticos.* La Habana, Cuba: Pedagogía 2001.

90. Pérez del Puy, E.M. (1994). *La Resolución de Problemas en Matemáticas.* España: Santillana S.A.

91. Pérez Rodríguez, G. (1989). *Metodología de la investigación pedagógica y psicológica.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

92. Pérez Rodríguez, G. (1996). *Metodología de la investigación educacional*. La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

93. Polya, G. (1987). *Cómo plantear y resolver problemas.* México: Trillas.

94. Ramírez, J. (1984). Comprender el enunciado; primera dificultad en la resolución de problemas. *Alambique.*

95. Rebollar Morote, A. (1993). *Estudio de la habilidad para resolver problemas matemáticos en la escuela media.* Santiago de Cuba. Informe de investigación.

96. Rebollar Morote, A. (1999). *La resolución de problemas, un medio para la estimulación del aprendizaje de la Matemática.* Ciudad de la Habana. Congreso Pedagogía 99.

97. Rico Montero, P. (2003). *La Zona de Desarrollo Próximo. Procedimientos y tareas de aprendizaje.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

98. Rizo, C. (1983). La formación de habilidades y capacidades en la enseñanza de la Matemática. *Educación,* 46-55.

99. Rodríguez Guerrero, L. (2017). *Nueve preguntas sobre el perfeccionamiento de la educación cubana. Recuperado de* internet@granma.cu

100. Rubinstein, S.L. (1969). *Principios de Psicología General.* La Habana, Cuba: Edición Revolucionaria.

101. Rubinstein S. L. (1966). *El proceso del pensamiento.* La Habana, Cuba: Universitaria.

102. Ruiz, E. (1995). *Exploración de estrategias heurísticas en la Resolución de Problemas.* Soporte magnético.

103. Sowder, L. (1984). La selección de operaciones en la solución de problemas rutinarios con texto en la enseñanza y valoración de la solución de problemas*. National Council of Teachers Mathematics, 3.*

104. Schöenfeld, A. H. (1985). *Ideas y tendencias en la resolución de problemas. La enseñanza de las matemáticas a debate.* Madrid, España: M.E.C.

105. Schöenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving.* San Diego, USA: Academic Press.

106. Schoenfeld, A. H. (1985). *Sugerencias para la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.* En la antología La enseñanza de la Matemática a debate. Madrid, España: M.E.C.

107. Schöenfeld, A. H. (1993). Resolución de problemas. Elementos para una propuesta en el aprendizaje de la matemática. *Cuadernos de Investigación*, (25), 6-8.

108. Shtoff, V. (1966). *La modelación y la filosofía*. Moscú.

109. Talízina, N. F. (1988). *Psicología de la enseñanza.* Moscú: Progreso.

110. *Teoría Histórico Cultural de L. S. Vigotsky. Algunas ideas básicas acerca de la educación y el desarrollo psíquico.* Material en soporte magnético.

111. Torres Fernández, P. (1993). *La enseñanza problémica de la Matemática de nivel medio general.* (Tesis de Doctorado). La Habana, Cuba.

112. Torres Fernández, P. (1997). Enseñanza problémica: una perspectiva Vigotskiana en la Educación Matemática. *Varona.*

113. Torres Fernández, P. (1996). *Didáctica cubana en la enseñanza de la Matemática en la escuela primaria.* La Habana, Cuba: Universidad Pedagógica “Enrique José Varona.

114. Vigotsky, L. (1979). *Psicología y Pedagogía.* Madrid: Akal.

115. Viquillón González, I. M. (2013). *Un sistema de actividades didácticas sobre la resolución de problemas desde la Matemática.* (Tesis de Maestría). Universidad de Ciencias Pedagógicas “Raúl Gómez García”, Guantánamo.

116. Zilberstein Toruncha, J. y Silvestre, M. (2002). *Hacia una didáctica desarrolladora.* La Habana, Cuba: Pueblo y Educación.

117. Zillmer, W. (1981). *Complementos de metodología de la enseñanza de la matemática.* La Habana, Cuba: Editorial Libros para la Educación.

Anexo 1

Diagnóstico:

En el siguiente problema:

El triplo del número de presas terminadas o en construcción en un año es igual al cuádruplo del número del año anterior. Si existen 21 presas más este año que el anterior, ¿Cuántas presas existían cada año?

a) ¿Cuáles son las cantidades que se conocen?

b) ¿Cuáles son las cantidades que no se conocen?

c) ¿Qué relación existe entre ellas?

d) Plantee las ecuaciones que satisfacen las condiciones del problema.

Anexo 2

Entrevista realizada al Metodólogo Municipal de Matemática.

Usted ha sido escogido para que con sus valiosas ideas y los años de experiencia que tiene en el sector de educación, contribuya a resolver uno de los problemas que se presentan hoy en la Enseñanza Media Superior, que es precisamente lo relacionado con la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones), lo cual será de mucha importancia para esta investigación.

1. Nombre: ___________________________________

2. Años de experiencia: _____

3. ¿Podría decirme algunas de sus consideraciones respecto a la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones) en la Enseñanza Media Superior?

4. ¿Cuáles son las principales dificultades que usted como metodólogo ha constatado y a qué se las atribuye?

5. ¿Qué puede decir de la preparación del personal docente para llevar a cabo el desarrollo de esta habilidad?

6. En cuanto a los ejercicios que se les propone, ¿cree que los estudiantes se sienten realmente motivados para resolverlos?

7. Cuando se trata la modelación de un cierto problema, ¿el docente propone pasos por los cuales el estudiante pueda guiarse?

Anexo 3

Encuesta aplicada a docentes.

Con su experiencia en la asignatura de Matemática y las valiosas ideas que usted puede aportar, se necesita que contribuya a resolver uno de los problemas que se presentan en la Enseñanza Media Superior, que es precisamente lo relacionado con la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones). Para facilitar la información que usted proporcionará se propone el siguiente problema:

Al preguntarle a un hombre su edad responde:

Si al doble de mi edad, se le resta 17 años, se tendría lo que me falta para tener 100 años. ¿Cuál es la edad del hombre?

1) ¿Qué vías y qué método usted utilizaría para hacerle llegar este conocimiento de la manera más asequible a sus estudiantes?

2) ¿Cuáles son los pasos que usted propone al estudiante para que él, luego de forma independiente modele otro problema de este tipo?

Anexo 4

Guía de entrevista a docentes de Matemática con experiencia.

Compañero (a), su selección obedece a la experiencia que posee en la impartición de la asignatura Matemática, de manera que sus respuestas contribuirán a fundamentar el problema de esta investigación; que está dirigido al desarrollo de habilidades en dicha asignatura.

1. ¿Cuántos años tiene usted trabajando con la asignatura en este nivel de enseñanza?

2. A su juicio, ¿cuáles son las habilidades que se deben desarrollar en los estudiantes mediante la asignatura?

3. ¿Cuáles son las mayores dificultades que presentan los estudiantes al resolver problemas?

4. ¿Considera adecuado el nivel de desarrollo que poseen sus estudiantes en la modelación de problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones)?

5. En su opinión, ¿es importante que los egresados de este nivel de enseñanza tengan desarrollada la habilidad modelar problemas que conducen a ecuaciones algebraicas (lineales, cuadráticas, sistema de ecuaciones)? ¿Por qué?

Anexo 5

Resultados de la entrevista realizada a los docentes.

Docentes entrevistados: 4

1.

Años de experiencia	De 1 a 5	De 6 a 10	Más de 10
Docentes	-	1	3

2. Identificar……………3
   Clasificar…………..….3
   Demostrar…………...4
   Resolver……………..3
   Modelar………………4

3. - Mala interpretación del problema…………………………….……3
   - Pocos conocimientos sobre las propiedades de los conceptos…..3
   - Determinación incorrecta de la vía de solución…………………....3
   - No saben modelar el problema………………………………………4
   - No saben relacionar el problema con otros ya conocidos…………4

4.

- Adecuado………………………..1
- Poco adecuado…………….……3

5.

- Muy importante……………….… 3
- Importante………………………. 1
- Poco importante……………..….. -

Porque:

✓ Tienen que modelar distintos problemas……………4

✓ Se aplica en la fijación de conocimientos……….…3

✓ Es una habilidad que se exige en los programas…...1

Anexo 6

Guía de observación a clases.

Datos Generales.

Escuela: ________________________________ Municipio: ________________________

Provincia: ______________ Grado: ____ Grupo: ____ Matrícula: ___ Asistencia: ____

Nombre del docente: _________________________________

Asignatura: ______________________

Tema de la clase: ____

Forma de organización del proceso: __________________Tiempo de duración ________

Indicadores a evaluar:	B	R	M
Dimensión I: Organización del proceso de enseñanza-aprendizaje.			
1.1. Planificación de la clase en función de la productividad del proceso de enseñanza-aprendizaje.			
1.2. Aseguramiento de las condiciones higiénicas y de organización del proceso de enseñanza-aprendizaje.			
Dimensión II: Motivación y orientación hacia los objetivos.			
2.1. Aseguramiento del nivel de partida mediante la comprobación de los conocimientos, habilidades y experiencias precedentes de los estudiantes.			
2.2. Establecimiento de los nexos entre lo conocido y lo nuevo por conocer.			
2.3. Motivación y disposición hacia el aprendizaje de modo que el contenido adquiera significado y sentido personal para el estudiante.			
2.4. Orientación hacia los objetivos mediante acciones reflexivas y valorativas de los estudiantes teniendo en cuenta para qué, qué, cómo y en qué condiciones van a aprender.			
Dimensión III: Ejecución de las actividades en el proceso de enseñanza-aprendizaje.			
3.1. Dominio del contenido.			
3.1.1. No hay omisión de contenidos.			
3.1.2. No hay imprecisiones o errores de contenido.			
3.1.3. Coherencia lógica.			

3.2. Se establecen relaciones intermateria o/e interdisciplinarias.			
3.3 Se realizan actividades de aprendizaje variadas y diferenciadas que exigen niveles crecientes de asimilación, en correspondencia con los objetivos y el diagnóstico.			
3.4. Se utilizan métodos y procedimientos que promueven la búsqueda reflexiva, valorativa e independiente del conocimiento.			
3.5. Se promueve el debate, la confrontación y el intercambio de vivencias y estrategias de aprendizaje, en función de la socialización de la actividad individual.			
3.6. Se emplean medios de enseñanza que favorecen un aprendizaje desarrollador, en correspondencia con los objetivos.			
3.7. Se estimula la búsqueda de conocimientos mediante el empleo de diferentes fuentes y medios.			
3.8. Se orientan actividades de estudio independiente extraclase que exijan niveles crecientes de asimilación, en correspondencia con los objetivos y el diagnóstico.			
Dimensión IV: Control y evaluación sistemáticos del proceso de enseñanza-aprendizaje.			
4.1. Se utilizan formas (individuales y colectivas) de control, valoración y evaluación del proceso y el resultado de las actividades de aprendizaje de forma que promuevan la autorregulación de los estudiantes.			
Dimensión V: Clima psicológico y político - moral.			
5.1 Se logra una comunicación positiva y un clima de seguridad y confianza donde los estudiantes expresen libremente sus vivencias, argumentos, valoraciones y puntos de vista.			
5.2. Se aprovechan las potencialidades de la clase para la formación integral de los estudiantes, con énfasis en la formación de valores como piedra angular en la labor política - ideológica.			
5.3. Contribuye con su ejemplo y con el uso adecuado de estrategias de trabajo a la formación integral de sus estudiantes.			

Anexo 7

Cuestionario para evaluar el estado metacognitivo.

1. ¿Puedes describir los pasos que sigues para modelar un problema que conduce a una ecuación algebraica (lineal, cuadrática, sistema de ecuaciones)?

Sí: ____ No: ____

1.1. Si la respuesta es sí, enumérelos en el orden en que lo realiza.

2. ¿Cuál de los pasos descritos en la pregunta uno le resulta más fácil de ejecutar?

2.1. ¿Por qué?

3. ¿Cuál de los pasos descritos en la pregunta uno le resulta más difícil de ejecutar? ¿Por qué?

4. ¿Alguien le ha mostrado los pasos que debe realizar para modelar un problema de este tipo? Sí:_____ No:_____

4.1. En caso afirmativo responda quién.

5. Al realizar este tipo de tarea en otra ocasión, ejecutas:

___los mismos pasos.

___menos cantidad de pasos.

___mayor cantidad de pasos.

___otros pasos totalmente diferentes.

6. Cuando realiza una tarea de cualquier tipo, se detiene a pensar acerca de cómo ejecutarla mejor.

Siempre: ____ A veces: ____ Nunca: ____

7. Esta reflexión tiene lugar:

___ Antes de realizar la tarea.

___ Durante la realización de la tarea.

___ Después de realizada la tarea.

Anexo 8

En los siguientes enunciados realiza las órdenes que se indican.

a) Cada norteamericano consume la misma cantidad de energía que tres japoneses.

b) Cada norteamericano consume la misma cantidad de energía que 38 indonesios.

c) Cada norteamericano consume la misma cantidad de energía que 531 etíopes.

d) La superficie de la Luna es 14 veces menor que la superficie de la Tierra.

e) El diámetro de la Luna es cuatro veces menor que el diámetro de la Tierra.

f) El diámetro de Júpiter es once veces mayor que el diámetro de la Tierra.

Actividades

1. Seleccione de los enunciados los elementos conocidos.

2. Seleccione de los enunciados los elementos desconocidos.

3. ¿Qué otra información se puede extraer de los enunciado?

4. Escribe estas informaciones con tus palabras.

5. ¿Haría falta designar variables? ¿Cuántas?

6. Designe las variables a las cantidades desconocidas.

7. Establezca relaciones entre las variables designadas teniendo en cuenta la información del enunciado.

8. Establezca vínculos entre las relaciones de dependencia parciales para establecer la ecuación.

9. ¿La ecuación obtenida está en correspondencia con la formulación del enunciado? ¿Por qué?

Anexo 9

Prueba de entrada

Cuestionario:

Modele el siguiente problema realizando las órdenes que se indican:

Durante la etapa de la escuela al campo en el campamento El Zapote, Diorkis y Alexey fueron los que obtuvieron mejores resultados, recolectando un total de 130 latas de café entre los dos. Si Diorkis recogió 10 latas de café más que Alexey. ¿Cuántas latas de café recogió cada uno?

Actividades:

a) Extrae las cantidades conocidas y desconocidas que aparecen en el problema.

b) Designa variables a las cantidades desconocidas si es posible.

c) Establece vínculos entre las variables designadas y la información extraída del problema.

d) Plantea la ecuación.

e) ¿La ecuación obtenida satisface las condiciones?

Prueba de salida

Cuestionario:

Modele el siguiente problema realizando las órdenes que se indican:

En un concurso de conocimientos y habilidades participaron dos equipos A y B, integrados por estudiantes de dos Institutos Preuniversitarios. La suma de los puntos obtenidos por los estudiantes del equipo A, con el triplo de la cantidad de puntos obtenidos por el equipo B, es 350. La cantidad de puntos obtenidos por el equipo A excede en 100 al doble de los obtenidos por el equipo B.

¿Qué cantidad de puntos obtuvo cada equipo?

Actividades:

a) Seleccione del enunciado los elementos conocidos.

b) Seleccione del enunciado los elementos desconocidos.

c) ¿Qué otra información se puede extraer del enunciado?

d) Escribe estas informaciones con tus palabras.

e) ¿Haría falta designar variables? ¿Cuántas?

f) Designe variables a las cantidades desconocidas.

g) Establezca relaciones entre las variables designadas teniendo en cuenta la información del problema.

h) Establezca vínculos entre las relaciones de dependencia parciales para establecer la ecuación.

i) ¿La ecuación obtenida está en correspondencia con la formulación del problema? ¿Por qué?

Anexo 10

Resultados de la prueba de entrada.

Grupo experimental

No	V1	V2	V3
1	1	0	0
2	1	0	0
3	2	1	0
4	2	1	0
5	1	0	0
6	1	0	0
7	1	0	0
8	3	2	1
9	1	0	0
10	2	1	0
11	2	1	0
12	1	0	0
13	1	0	0
14	1	0	0
15	1	0	0
16	2	1	0
17	1	0	0
18	1	1	0
19	1	0	0
20	1	0	0
21	2	0	0
22	1	0	0
23	1	1	0
24	3	0	0
25	1	0	0
26	1	2	1
27	1	0	0
28	1	0	0
29	1	0	0
30	2	0	0
31	1	0	0

Grupo control

No	V1	V2	V3
1	1	0	0
2	1	0	0
3	2	1	0
4	1	0	0
5	2	1	0
6	1	0	0
7	2	1	0
8	1	0	0
9	1	0	0
10	1	0	0
11	1	0	0
12	1	0	0
13	1	0	0
14	1	0	0
15	2	1	0
16	1	0	0
17	1	0	0
18	1	0	0
19	3	2	1
20	1	0	0
21	1	0	0
22	2	1	0
23	1	0	0
24	1	0	0
25	2	1	0
26	1	0	0
27	1	0	0
28	1	0	0
29	1	0	0
30	1	0	0

Resultados de la prueba de salida.

Grupo experimental

No	V1	V2	V3
1	2	1	0
2	3	2	1
3	3	2	1
4	3	2	1
5	2	2	1
6	2	1	0
7	3	2	1
8	3	2	1
9	3	2	1
10	2	2	1
11	3	2	1
12	3	2	1
13	2	2	1
14	3	2	1
15	3	2	1
16	3	2	1
17	2	1	0
18	3	2	1
19	3	2	1
20	2	1	0
21	3	2	1
22	3	2	1
23	3	2	1
24	2	1	0
25	3	2	1
26	3	2	1
27	3	2	1
28	2	1	0
29	3	2	1
30	3	2	1
31	3	2	1

Grupo control

No	V1	V2	V3
1	1	0	0
2	2	0	0
3	2	1	0
4	1	0	0
5	2	1	0
6	1	0	0
7	2	1	0
8	1	0	0
9	2	1	1
10	1	0	0
11	1	0	0
12	1	0	0
13	1	0	0
14	1	0	0
15	2	1	0
16	1	0	0
17	2	1	0
18	1	0	0
19	3	2	1
20	1	0	0
21	1	0	0
22	2	1	0
23	1	0	0
24	1	0	0
25	2	1	0
26	1	0	0
27	1	0	0
28	1	1	0
29	1	0	0
30	2	0	0

Anexo 11

Diseño de un grupo frente a un grupo con varianza poblacional desconocida.

Hipótesis	Estadígrafo de prueba	Región crítica
$H_0: \mu = \mu_0$; $H_1: \mu \neq \mu_0$		$\lvert T \rvert > T^{n_1+n_2-2}_{1-\alpha/2}$
$H_0: \mu \leq \mu_0$; $H_1: \mu > \mu_0$	$T = \dfrac{\overline{X_1} - \overline{X_2}}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1}+\frac{S_2^2}{n_2}}}$	$\lvert T \rvert > T^{n_1+n_2-2}_{1-\alpha}$
$H_0: \mu \geq \mu_0$; $H_1: \mu < \mu_0$		$\lvert T \rvert > T^{n_1+n_2-2}_{1-\alpha}$

El percentil de la distribución de T- student con 59 grados de libertad, de orden 0,975 es menor que 2 y mayor que 1.

Para la prueba de entrada los valores del estadígrafo T son:

Para V1 = 0,14506311

Para V2 = 0,14506311

Para V3 = 0,56124059; los cuales son menores que el percentil de distribución de T-student con 59 grados de libertad, de orden 0,975; por lo que no se rechaza la condición de similitud entre las medias de los grupos.

Para la prueba de salida, los valores del estadígrafo para cada una de las variables son:

V1 = 10,6992535

V2 = 12,1053174

V3 = 8,6231329; los cuales son mayores que 2, por lo que se toma la decisión de rechazar la hipótesis nula y decidir que existe diferencia significativa.